Кружок в “Хамовниках”. 2017-2018 учебный год. 9 класс. Группа 9-2.

Серия 13. Комбинаторная геометрия

1.Можно ли отметить на плоскости 6 точек и провести 6 прямых так, чтобы на каждой прямой было две отмеченные точки и по обе стороны от нее лежало по две отмеченные?

2. Существует ли треугольник, у которого все высоты меньше 1 см, а площадь больше 1 м^2

3. На плоскости отмечены несколько (больше трёх) точек. Известно, что если выкинуть любую точку, то оставшиеся будут симметричны относительно какой-нибудь прямой. Верно ли, что все множество точек тоже симметрично относительно какой-нибудь прямой?

4. Пусть $n \geqslant 3$. Существуют ли n точек таких, что попарные расстояние между ними иррациональны, а площадь любого треугольника с вершинами в этих точках рациональна?

5. На прямой отмечено 100 точек, и ещё одна точка отмечена вне прямой. Рассмотрим все треугольники с вершинами в этих точках. Какое наибольшее количество из них могут быть равнобедренными?

6.Единичный квадрат разбит на конечное число квадратиков (размеры которых могут различаться). Может ли сумма периметров квадратиков, пересекающихся с главной диагональю (возможно, по точке), быть больше 2017?

7. Единичный квадрат разрезан на n треугольников. Докажите, что одним из треугольников можно накрыть квадрат со стороной $\frac{1}{n}$

8. Клетки бесконечного клетчатого листа бумаги раскрасили в черный и белый цвета в шахматном порядке. Пусть X — треугольник площади S с вершинами в узлах сетки. Покажите, что есть такой подобный X треугольник с вершинами в узлах сетки, что площадь его белой части равна площади черной части и равна S.

9. Можно ли так раскрасить все клетки бесконечной клетчатой плоскости в белый и черный цвета, чтобы каждая вертикальная прямая и каждая горизонтальная прямая пересекали конечное число белых клеток, а каждая наклонная - конечное число черных?