Кружок в Хамовниках. 2017-2018 учебный год. 9 класс. Группа 9-2.

Серия 7 Разнобой.

1. На доске 2017×2017 можно выделить любой прямоугольник, где есть клетки двух цветов, и перекрасить все клетки в нём в противоположный цвет. Можно ли такими операциями доску, покрашенную в шахматном порядке, сделать полностью белой?

2. $a\sqrt{a^2+c^2} + b\sqrt{b^2+c^2} \leq a^2+b^2+c^2$

3. Найдите все пары простых чисел (p, q) удовлетворяющих уравнению $1999 + q^2 = 2^p$

4. Дан шестигуольник $ABCDEF$ такой, что $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = AF$, а углы A и C прямые. Докажите, что BE перпендикулярно DF

5. Существуют ли такие натуральные числа $a_1 < a_2 < \ldots < a_{2017}$, что $[a_1, a_2] > [a_2, a_3] > \ldots > [a_{2016}, a_{2017}]$?

6. В компании из 2n + 1 человека для любых n человек найдётся отличный от них человек, знакомый с каждым из них. Докажите, что в этой компании есть человек, знающий всех.

7. для $n = 1, 2, 3$ будем называть числом n-го типа любое число, которое либо равно 0, либо входит в бесконечную геометрическую прогрессию $1, (n+2), (n+2)^2, \ldots,$ либо является суммой нескольких различных её членов. Докажите, что любое натуральное число можно представить в виде суммы числа первого типа, числа второго типа и числа третьего типа.

Кружок в Хамовниках. 2017-2018 учебный год. 9 класс. Группа 9-2.

Серия 7 Разнобой.

1. На доске 2017×2017 можно выделить любой прямоугольник, где есть клетки двух цветов, и перекрасить все клетки в нём в противоположный цвет. Можно ли такими операциями доску, покрашенную в шахматном порядке, сделать полностью белой?

2. $a\sqrt{a^2+c^2} + b\sqrt{b^2+c^2} \leq a^2+b^2+c^2$

3. Найдите все пары простых чисел (p, q) удовлетворяющих уравнению $1999 + q^2 = 2^p$

4. Дан шестигуольник $ABCDEF$ такой, что $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = AF$, а углы A и C прямые. Докажите, что BE перпендикулярно DF

5. Существуют ли такие натуральные числа $a_1 < a_2 < \ldots < a_{2017}$, что $[a_1, a_2] > [a_2, a_3] > \ldots > [a_{2016}, a_{2017}]$?

6. В компании из 2n + 1 человека для любых n человек найдётся отличный от них человек, знакомый с каждым из них. Докажите, что в этой компании есть человек, знающий всех.

7. для $n = 1, 2, 3$ будем называть числом n-го типа любое число, которое либо равно 0, либо входит в бесконечную геометрическую прогрессию $1, (n+2), (n+2)^2, \ldots,$ либо является суммой нескольких различных её членов. Докажите, что любое натуральное число можно представить в виде суммы числа первого типа, числа второго типа и числа третьего типа.