Кружок в ЦПМ. Группа 9-2 **16.04.2018**

Многочлены с целыми коэффициентами

1. Составьте многочлен с целыми коэффициентами, одним из корней которого является $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

2. Составьте многочлен с целыми коэффициентами, одним из корней которого является $\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}$

3. Вычислите $f(\sqrt[3]{2}-1)$, где

$$f(x)=x^{2009}+3x^{2008}+4x^{2007}+2x^{2006}+4x^{2005}+2x^{2004}+4x^{2003}+2x^{2002}+\ldots+4x^5+2x^4+4x^3+2x^2+3x+1.$$

4. Многочлен $P(x)$ таков, что $P(7)=11$, а $P(11)=13$. Докажите, что хотя бы один из его коэффициентов — не целое число.

5. Пусть f — многочлен с целыми коэффиентами. Докажите, что $f(a)-f(b)$ делится на $a-b$, где a,b — различные целые числа.

6. $P(x)$ — многочлен с целыми коэффициентами. Докажите, что если уравнение $P(x)=1$ имеет больше трех целочисленных корней, то уравнение $P(x)=-1$ не имеет целочисленных корней.

7. Докажите, что многочлен $3x^{100}-6x^{50}+5$ неприводим над $\mathbb{Z}$.

8 Докажите, что многочлен $x^{p-1}+x^{p-2}+\cdots+x^2+x+1$ неприводим над $\mathbb{Z}$ тогда и только тогда, когда p — простое число.

9. Пусть $a_1,a_2,\ldots,a_n$ — различные целые числа. Докажите, что многочлен

$$(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)-1$$

неприводим над $\mathbb{Z}$.

10. Многочлены $P(x)$ и $Q(x)$ с целыми коэффициентами таковы, что $P(k)$ делится на $Q(k)$ при любом целом k. Докажите, что $P(x)$ делится на $Q(x)$.

Кружок в ЦПМ. Группа 9-2 **16.04.2018**

Многочлены с целыми коэффициентами

1. Составьте многочлен с целыми коэффициентами, одним из корней которого является $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

2. Составьте многочлен с целыми коэффициентами, одним из корней которого является $\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}$

3. Вычислите $f(\sqrt[3]{2}-1)$, где

$$f(x)=x^{2009}+3x^{2008}+4x^{2007}+2x^{2006}+4x^{2005}+2x^{2004}+4x^{2003}+2x^{2002}+\ldots+4x^5+2x^4+4x^3+2x^2+3x+1.$$

4. Многочлен $P(x)$ таков, что $P(7)=11$, а $P(11)=13$. Докажите, что хотя бы один из его коэффициентов — не целое число.

5. Пусть f — многочлен с целыми коэффиентами. Докажите, что $f(a)-f(b)$ делится на $a-b$, где a,b — различные целые числа.

6. $P(x)$ — многочлен с целыми коэффициентами. Докажите, что если уравнение $P(x)=1$ имеет больше трех целочисленных корней, то уравнение $P(x)=-1$ не имеет целочисленных корней.

7. Докажите, что многочлен $3x^{100}-6x^{50}+5$ неприводим над $\mathbb{Z}$.

8 Докажите, что многочлен $x^{p-1}+x^{p-2}+\cdots+x^2+x+1$ неприводим над $\mathbb{Z}$ тогда и только тогда, когда p — простое число.

9. Пусть $a_1,a_2,\ldots,a_n$ — различные целые числа. Докажите, что многочлен

$$(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)-1$$

неприводим над $\mathbb{Z}$.

10. Многочлены $P(x)$ и $Q(x)$ с целыми коэффициентами таковы, что $P(k)$ делится на $Q(k)$ при любом целом k. Докажите, что $P(x)$ делится на $Q(x)$.