

Устная геометрия

1. В треугольнике ABC биссектриса AK перпендикулярна медиане CL . Докажите, что в треугольнике BKL также одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

2. Циркулем и линейкой разбейте данный треугольник на два меньших треугольника с одинаковой суммой квадратов сторон.

3. В треугольнике ABC : $\angle A = 45^\circ$, BH — высота, точка K лежит на стороне AC , причем $BC = CK$. Докажите, что центр описанной окружности треугольника ABK совпадает с центром вневписанной окружности треугольника BCH .

4. Дан параллелограмм $ABCD$. На стороне AB взята точка M так, что $AD = DM$. На стороне AD взята точка N так, что $AB = BN$. Докажите, что $CM = CN$.

5. H — точка пересечения высот AA' и BB' остроугольного треугольника ABC . Прямая, перпендикулярная AB , пересекает эти высоты в точках D и E , а сторону AB — в точке P . Докажите, что ортоцентр треугольника DEH лежит на отрезке CP .

6. Дан равносторонний треугольник ABC и прямая l , проходящая через его центр. Точки пересечения этой прямой со сторонами AB и BC отразили относительно середин этих сторон соответственно. Докажите, что прямая, проходящая через получившиеся точки, касается вписанной окружности треугольника ABC .

7. В треугольнике ABC : $\angle C = 60^\circ$, $\angle A = 45^\circ$. Пусть M — середина BC , H — ортоцентр треугольника ABC . Докажите, что прямая MH проходит через середину дуги AB описанной окружности треугольника ABC .

8. В треугольнике ABC точка I — центр вписанной окружности, точки I_A, I_C — центры вневписанных окружностей, касающихся сторон BC и AB соответственно. Точка O — центр описанной окружности треугольника $I I_A I_C$. Докажите, что $OI \perp AC$.

Устная геометрия

1. В треугольнике ABC биссектриса AK перпендикулярна медиане CL . Докажите, что в треугольнике BKL также одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

2. Циркулем и линейкой разбейте данный треугольник на два меньших треугольника с одинаковой суммой квадратов сторон.

3. В треугольнике ABC : $\angle A = 45^\circ$, BH — высота, точка K лежит на стороне AC , причем $BC = CK$. Докажите, что центр описанной окружности треугольника ABK совпадает с центром вневписанной окружности треугольника BCH .

4. Дан параллелограмм $ABCD$. На стороне AB взята точка M так, что $AD = DM$. На стороне AD взята точка N так, что $AB = BN$. Докажите, что $CM = CN$.

5. H — точка пересечения высот AA' и BB' остроугольного треугольника ABC . Прямая, перпендикулярная AB , пересекает эти высоты в точках D и E , а сторону AB — в точке P . Докажите, что ортоцентр треугольника DEH лежит на отрезке CP .

6. Дан равносторонний треугольник ABC и прямая l , проходящая через его центр. Точки пересечения этой прямой со сторонами AB и BC отразили относительно середин этих сторон соответственно. Докажите, что прямая, проходящая через получившиеся точки, касается вписанной окружности треугольника ABC .

7. В треугольнике ABC : $\angle C = 60^\circ$, $\angle A = 45^\circ$. Пусть M — середина BC , H — ортоцентр треугольника ABC . Докажите, что прямая MH проходит через середину дуги AB описанной окружности треугольника ABC .

8. В треугольнике ABC точка I — центр вписанной окружности, точки I_A, I_C — центры вневписанных окружностей, касающихся сторон BC и AB соответственно. Точка O — центр описанной окружности треугольника $I I_A I_C$. Докажите, что $OI \perp AC$.