Кружок в ЦПМ. Группа 9-2 **05.04.2018**

Последовательности

1. На доске записаны в ряд сто чисел, отличных от нуля. Известно, что каждое число, кроме первого и последнего, является произведением двух соседних с ним чисел. Первое число — это 7. Какое число последнее?

2. Последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ определим как $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n - 2$, если такого числа не встречалось в последовательности, $a_{n+1} = a_n + 3$ в противном случае. Докажите, что любой квадрат натурального числа впервые появится в последовательности увеличением на тройку.

3. Последовательность $\{b_n\}$ определена как $b_1 = 1$, $b_2 = 5$, $b_{n+1} = 5b_n - 6b_n$, $n \geqslant 2$. Докажите, что $b_{n+1} - 2b_n$ является геометрической прогрессией.

4. Последовательность $\{a_n\}$ определена как $a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+2} = a_{n+1} + \frac{a_n}{3^n}$ при $n \geqslant 1$. Докажите, что $a_n < 2$ при $n \geqslant 1$.

5. Последовательность $\{x_n\}$ определяется условиями $x_1 = 2018$, $x_2 = 2101$; $x_{n+2} = x_n - \frac{1}{x_{n+1}}$. Докажите, что среди членов последовательности найдётся ноль. Найдите номер этого члена.

6. Докажите, что если $u_0 = 0,001$, $u_{n+1} = u_n(1 - u_n)$, $n \geqslant 0$, то $u_{1000} < \frac{1}{2000}$.

7. Пусть $\{x_n\}$ — последовательность натуральных чисел, определенная как $x_6 = 144$, $x_{n+3} = x_{n+2}(x_{n+1} + x_n)$. Определите x_7.

8. Последовательность $\{x_n\}$ задана соотношением $x_{n+1} = x_n + \frac{x_n^2}{n(n+1)}$, причем $x_1 \in (0, 1)$. Докажите, что эта последовательность ограничена.

Кружок в ЦПМ. Группа 9-2 **05.04.2018**

Последовательности

1. На доске записаны в ряд сто чисел, отличных от нуля. Известно, что каждое число, кроме первого и последнего, является произведением двух соседних с ним чисел. Первое число — это 7. Какое число последнее?

2. Последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ определим как $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n - 2$, если такого числа не встречалось в последовательности, $a_{n+1} = a_n + 3$ в противном случае. Докажите, что любой квадрат натурального числа впервые появится в последовательности увеличением на тройку.

3. Последовательность $\{b_n\}$ определена как $b_1 = 1$, $b_2 = 5$, $b_{n+1} = 5b_n - 6b_n$, $n \geqslant 2$. Докажите, что $b_{n+1} - 2b_n$ является геометрической прогрессией.

4. Последовательность $\{a_n\}$ определена как $a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+2} = a_{n+1} + \frac{a_n}{3^n}$ при $n \geqslant 1$. Докажите, что $a_n < 2$ при $n \geqslant 1$.

5. Последовательность $\{x_n\}$ определяется условиями $x_1 = 2018$, $x_2 = 2101$; $x_{n+2} = x_n - \frac{1}{x_{n+1}}$. Докажите, что среди членов последовательности найдётся ноль. Найдите номер этого члена.

6. Докажите, что если $u_0 = 0,001$, $u_{n+1} = u_n(1 - u_n)$, $n \geqslant 0$, то $u_{1000} < \frac{1}{2000}$.

7. Пусть $\{x_n\}$ — последовательность натуральных чисел, определенная как $x_6 = 144$, $x_{n+3} = x_{n+2}(x_{n+1} + x_n)$. Определите x_7.

8. Последовательность $\{x_n\}$ задана соотношением $x_{n+1} = x_n + \frac{x_n^2}{n(n+1)}$, причем $x_1 \in (0, 1)$. Докажите, что эта последовательность ограничена.