

### Разбиения на части меньшего диаметра

1. Приведите пример множества на плоскости, которое не разбивается на две части меньшего диаметра.
2. Разбейте квадрат на две части меньшего диаметра.
3. Разбейте круг радиуса  $1/2$  на три части, диаметры которых не превосходят величины  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
4. Докажите, что при любом разбиении круга радиуса  $\frac{1}{2}$  на три части найдется часть, диаметр которой не меньше  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
5. Докажите, что квадрат со стороной 1 можно подвинуть так, что он покроет целиком любую фигуру на плоскости диаметра 1.
6. Докажите, что всякое множество диаметра 1 на плоскости разбивается на 4 части, диаметры которых не превосходят величины  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .
7. Разбейте правильный шестиугольник со стороной  $1/2$  на три части диаметра  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
8. Докажите, что в любом множестве из  $n$  точек на плоскости есть не более  $n$  пар точек, расстояние между которыми равно диаметру.
- 9 (теорема Юнга). Докажите, что конечное множество диаметра 1 можно покрыть кругом радиуса  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .
10. Объясните, почему круг радиуса  $r < \frac{1}{\sqrt{3}}$  не обязательно покрывает множество диаметра 1.
11. Докажите, что любое множество диаметра 1 на плоскости можно разбить на 5 частей, в каждой из которых нет пары точек, отстоящих друг от друга на расстояние  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

### Разбиения на части меньшего диаметра

1. Приведите пример множества на плоскости, которое не разбивается на две части меньшего диаметра.
2. Разбейте квадрат на две части меньшего диаметра.
3. Разбейте круг радиуса  $1/2$  на три части, диаметры которых не превосходят величины  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
4. Докажите, что при любом разбиении круга радиуса  $\frac{1}{2}$  на три части найдется часть, диаметр которой не меньше  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
5. Докажите, что квадрат со стороной 1 можно подвинуть так, что он покроет целиком любую фигуру на плоскости диаметра 1.
6. Докажите, что всякое множество диаметра 1 на плоскости разбивается на 4 части, диаметры которых не превосходят величины  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .
7. Разбейте правильный шестиугольник со стороной  $1/2$  на три части диаметра  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
8. Докажите, что в любом множестве из  $n$  точек на плоскости есть не более  $n$  пар точек, расстояние между которыми равно диаметру.
- 9 (теорема Юнга). Докажите, что конечное множество диаметра 1 можно покрыть кругом радиуса  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .
10. Объясните, почему круг радиуса  $r < \frac{1}{\sqrt{3}}$  не обязательно покрывает множество диаметра 1.
11. Докажите, что любое множество диаметра 1 на плоскости можно разбить на 5 частей, в каждой из которых нет пары точек, отстоящих друг от друга на расстояние  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .