

Прямая Эйлера

1. Как соотносятся прямые Эйлера треугольника ABC и его серединного треугольника?
2. Восстановите треугольник по прямой Эйлера, середине стороны BC и точке пересечения медианы AM_A с описанной окружностью.
3. Восстановите треугольник по прямой Эйлера, середине стороны BC и основанию высоты H_A .
4. Восстановите треугольник по прямой Эйлера и вершинам B, C .
5. Восстановите треугольник по прямой Эйлера и серединам сторон AB и AC .
6. Докажите, что прямая Эйлера в остроугольном треугольнике пересекает его наибольшую и наименьшую стороны.
7. Докажите, что прямая Эйлера в тупоугольном треугольнике пересекает наибольшую и среднюю по длине стороны.
8. Докажите, что если прямая Эйлера проходит через центр вписанной окружности, то треугольник равнобедренный.
9. Докажите, что прямая Эйлера треугольника ABC параллельна стороне BC тогда и только тогда, когда $\operatorname{tg} B \operatorname{tg} C = 3$.
10. Прямая Эйлера пересекает стороны AC и BC в точках P и Q . Известно, что $CP = CQ$. Докажите, что $\angle ABC = 60^\circ$.
11. Проведем медианы из каждой вершины треугольника ABC . Пусть они пересекут описанную окружность вне треугольника в точках A_1, B_1 и C_1 . Проведем касательные к описанной окружности через вершины треугольника. Пусть они пересекутся в точках F, E, D . Докажите, что прямые FC_1, EB_1, DA_1 пересекаются на прямой Эйлера.

Прямая Эйлера

1. Как соотносятся прямые Эйлера треугольника ABC и его серединного треугольника?
2. Восстановите треугольник по прямой Эйлера, середине стороны BC и точке пересечения медианы AM_A с описанной окружностью.
3. Восстановите треугольник по прямой Эйлера, середине стороны BC и основанию высоты H_A .
4. Восстановите треугольник по прямой Эйлера и вершинам B, C .
5. Восстановите треугольник по прямой Эйлера и серединам сторон AB и AC .
6. Докажите, что прямая Эйлера в остроугольном треугольнике пересекает его наибольшую и наименьшую стороны.
7. Докажите, что прямая Эйлера в тупоугольном треугольнике пересекает наибольшую и среднюю по длине стороны.
8. Докажите, что если прямая Эйлера проходит через центр вписанной окружности, то треугольник равнобедренный.
9. Докажите, что прямая Эйлера треугольника ABC параллельна стороне BC тогда и только тогда, когда $\operatorname{tg} B \operatorname{tg} C = 3$.
10. Прямая Эйлера пересекает стороны AC и BC в точках P и Q . Известно, что $CP = CQ$. Докажите, что $\angle ABC = 60^\circ$.
11. Проведем медианы из каждой вершины треугольника ABC . Пусть они пересекут описанную окружность вне треугольника в точках A_1, B_1 и C_1 . Проведем касательные к описанной окружности через вершины треугольника. Пусть они пересекутся в точках F, E, D . Докажите, что прямые FC_1, EB_1, DA_1 пересекаются на прямой Эйлера.