ЦПМ. Кружок 9-2 **12.02.2018**

Серия 30. Индукция в графах

1. В некоторой стране каждый город соединен с каждым дорогой с односторонним движением. Докажите, что найдется город, из которого можно добраться в любой другой не более чем с одной пересадкой.

2. Докажите, что после окончания однокругового турнира по волейболу его участников можно выстроить в ряд так, что каждый выиграл у следующего за ним в этом ряду.

3. Усадьбы любых двух графов в Берендеевом царстве соединены либо водным, либо сухопутным сообщением. Докажите, что можно закрыть один из видов транспорта так, чтобы любой граф мог по-прежнему добраться до любого другого.

4. Докажите, что максимальное число ребер в графе на n вершинах без треугольников равно $[n^2/4]$.

5. В компании из n человек среди любых четверых есть знакомый с остальными тремя. Докажите, что есть человек, который знает всех остальных.

6. В компании из k человек ($k > 3$) каждый узнал по новому анекдоту. За один телефонный разговор двое сообщают друг другу все известные им анекдоты. Докажите, что за $2k - 4$ разговоров все смогут узнать все новые анекдоты.

7. В стране несколько городов, некоторые пары городов соединены двусторонними беспосадочными авиалиниями, принадлежащими k авиакомпаниям. Известно, что любые две линии одной авиакомпании имеют общий конец. Докажите, что все города можно разбить на $k + 2$ группы так, что никакие два города из одной группы не соединены авиалиниями.

8. Постройте связный граф на $6n$ вершинах, все степени всех вершин которого равны 3 так, чтобы в нем не было полных подграфов на 3 вершинах.

9. Дано n точек, $n > 4$. Докажите, что можно соединить их стрелками так, чтобы из каждой точки в каждую можно было попасть, пройдя либо по одной стрелке, либо по двум.

ЦПМ. Кружок 9-2 **12.02.2018**

Серия 30. Индукция в графах

1. В некоторой стране каждый город соединен с каждым дорогой с односторонним движением. Докажите, что найдется город, из которого можно добраться в любой другой не более чем с одной пересадкой.

2. Докажите, что после окончания однокругового турнира по волейболу его участников можно выстроить в ряд так, что каждый выиграл у следующего за ним в этом ряду.

3. Усадьбы любых двух графов в Берендеевом царстве соединены либо водным, либо сухопутным сообщением. Докажите, что можно закрыть один из видов транспорта так, чтобы любой граф мог по-прежнему добраться до любого другого.

4. Докажите, что максимальное число ребер в графе на n вершинах без треугольников равно $[n^2/4]$.

5. В компании из n человек среди любых четверых есть знакомый с остальными тремя. Докажите, что есть человек, который знает всех остальных.

6. В компании из k человек ($k > 3$) каждый узнал по новому анекдоту. За один телефонный разговор двое сообщают друг другу все известные им анекдоты. Докажите, что за $2k - 4$ разговоров все смогут узнать все новые анекдоты.

7. В стране несколько городов, некоторые пары городов соединены двусторонними беспосадочными авиалиниями, принадлежащими k авиакомпаниям. Известно, что любые две линии одной авиакомпании имеют общий конец. Докажите, что все города можно разбить на $k + 2$ группы так, что никакие два города из одной группы не соединены авиалиниями.

8. Постройте связный граф на $6n$ вершинах, все степени всех вершин которого равны 3 так, чтобы в нем не было полных подграфов на 3 вершинах.

9. Дано n точек, $n > 4$. Докажите, что можно соединить их стрелками так, чтобы из каждой точки в каждую можно было попасть, пройдя либо по одной стрелке, либо по двум.