

## Серия 9. Метод спуска

0. Докажите иррациональности числа  $\sqrt{3}$ .
1. Решите в целых числах уравнение  $x^3 - 2y^3 - 4z^3 = 0$ .
2. Решите в целых числах уравнение  $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4$ .
3. Числа  $a$  и  $b$  — натуральные. Докажите, что  $(36a + b)(36b + a)$  не является степенью двойки.
4. Решите в целых числах уравнение  $15x^2 - 7y^2 = 9$ .
5. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$ .
6. Решите в натуральных числах уравнение  $x^2 + (x + 1)^2 = y^2 + 1$ .
7. Решите в натуральных числах уравнение  $x^2 - 5x + 7 = 3^y$ .
8.  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — набор попарно различных натуральных чисел ( $n > 2$ ). Из него получается новый набор  $\frac{a_1+a_2}{2}, \frac{a_2+a_3}{2}, \dots, \frac{a_{n-1}+a_n}{2}, \frac{a_n+a_1}{2}$ ; из него — следующий, по тому же правилу, и так далее. Доказать, что через несколько шагов обязательно получится набор, в котором не все числа будут целыми.

## Серия 9. Метод спуска

0. Докажите иррациональности числа  $\sqrt{3}$ .
1. Решите в целых числах уравнение  $x^3 - 2y^3 - 4z^3 = 0$ .
2. Решите в целых числах уравнение  $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4$ .
3. Числа  $a$  и  $b$  — натуральные. Докажите, что  $(36a + b)(36b + a)$  не является степенью двойки.
4. Решите в целых числах уравнение  $15x^2 - 7y^2 = 9$ .
5. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$ .
6. Решите в натуральных числах уравнение  $x^2 + (x + 1)^2 = y^2 + 1$ .
7. Решите в натуральных числах уравнение  $x^2 - 5x + 7 = 3^y$ .
8.  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — набор попарно различных натуральных чисел ( $n > 2$ ). Из него получается новый набор  $\frac{a_1+a_2}{2}, \frac{a_2+a_3}{2}, \dots, \frac{a_{n-1}+a_n}{2}, \frac{a_n+a_1}{2}$ ; из него — следующий, по тому же правилу, и так далее. Доказать, что через несколько шагов обязательно получится набор, в котором не все числа будут целыми.

## Серия 9. Метод спуска

0. Докажите иррациональности числа  $\sqrt{3}$ .
1. Решите в целых числах уравнение  $x^3 - 2y^3 - 4z^3 = 0$ .
2. Решите в целых числах уравнение  $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4$ .
3. Числа  $a$  и  $b$  — натуральные. Докажите, что  $(36a + b)(36b + a)$  не является степенью двойки.
4. Решите в целых числах уравнение  $15x^2 - 7y^2 = 9$ .
5. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$ .
6. Решите в натуральных числах уравнение  $x^2 + (x + 1)^2 = y^2 + 1$ .
7. Решите в натуральных числах уравнение  $x^2 - 5x + 7 = 3^y$ .
8.  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — набор попарно различных натуральных чисел ( $n > 2$ ). Из него получается новый набор  $\frac{a_1+a_2}{2}, \frac{a_2+a_3}{2}, \dots, \frac{a_{n-1}+a_n}{2}, \frac{a_n+a_1}{2}$ ; из него — следующий, по тому же правилу, и так далее. Доказать, что через несколько шагов обязательно получится набор, в котором не все числа будут целыми.