

## Серия 8. Разнобой-3.

1. Известно, что  $2x + 3y + 4z = 29$ . Какое наименьшее значение может принимать  $x^2 + y^2 + z^2$ ?

2. Дан вписанный четырёхугольник  $ABCD$ . Лучи  $AB$  и  $DC$  пересекаются в точке  $K$ . Оказалось, что точки  $B$ ,  $D$ , а также середины отрезка  $AC$  и  $KC$  лежат на одной окружности. Чему может быть равен угол  $ADC$ ?

3. В ряд стоят 2015 чашек. За одну операцию разрешается выделить четыре подряд идущие чашки и поставить их на те же места в противоположном порядке ( $1234 \rightarrow 4321$ ). Можно ли с помощью таких операций переставить все чашки в порядке, противоположном к исходному?

4. В городе Угрюмове проживает два миллиона человек, которые мало общались друг с другом. Тем не менее, среди любых двух тысяч человек есть трое попарно знакомых. Докажите, что найдут четверо попарно знакомых человек.

5. Докажите, что квадрат нельзя разрезать на равные прямоугольные треугольники с углом  $30^\circ$ .

6. Докажите, что существует бесконечно много таких натуральных  $n$ , что наименьший простой делитель числа  $n! + 1$  больше  $n + 2017$ .

7. Вписанный многоугольник разрезали диагоналями на треугольники. Докажите, что сумма радиусов окружностей, вписанных в эти треугольники, одинакова для всех triangуляций.