

Кружок в Хамовниках. 2017-2018 учебный год. 9 класс. Группа 9-1.

Серия 4. Нам жалко говорить вам название листочка.

1. В графе 2000 вершин. Степень каждой вершины меньше 40. Докажите, что можно выбрать 50 вершин, попарно не соединённых друг с другом.

2. Назовём число *волшебным*, если оно равно 2, или представляется в виде $3^a 5^b$, где a и b — целые неотрицательные. Докажите, что любое натуральное число можно представить в виде суммы различных волшебных чисел.

3. Двое играют в игру. Они по очереди проводят диагонали в выпуклом 2016-угольнике. Когда диагональ пересекает k уже проведённых диагоналей, игрок, который её провёл, платит в банк k рублей. Проигрывает тот, кто заплатит в банк больше. Есть ли у одного из игроков выигрышная стратегия?

4. Дана бесконечная последовательность различных действительных чисел. Докажите, что в ней можно выбрать бесконечную монотонную подпоследовательность.

5. Докажите, что любое положительное рациональное число может быть представлено в виде суммы различных дробей с числителем, равным единице, и натуральным знаменателем.

6. На плоскости расположено несколько кругов, площадь объединения которых равна S . Докажите, что из них можно выбрать несколько непересекающихся кругов, суммарная площадь которых не менее $\frac{S}{9}$.

Кружок в Хамовниках. 2017-2018 учебный год. 9 класс. Группа 9-1.

Серия 4. Нам жалко говорить вам название листочка.

1. В графе 2000 вершин. Степень каждой вершины меньше 40. Докажите, что можно выбрать 50 вершин, попарно не соединённых друг с другом.

2. Назовём число *волшебным*, если оно равно 2, или представляется в виде $3^a 5^b$, где a и b — целые неотрицательные. Докажите, что любое натуральное число можно представить в виде суммы различных волшебных чисел.

3. Двое играют в игру. Они по очереди проводят диагонали в выпуклом 2016-угольнике. Когда диагональ пересекает k уже проведённых диагоналей, игрок, который её провёл, платит в банк k рублей. Проигрывает тот, кто заплатит в банк больше. Есть ли у одного из игроков выигрышная стратегия?

4. Дана бесконечная последовательность различных действительных чисел. Докажите, что в ней можно выбрать бесконечную монотонную подпоследовательность.

5. Докажите, что любое положительное рациональное число может быть представлено в виде суммы различных дробей с числителем, равным единице, и натуральным знаменателем.

6. На плоскости расположено несколько кругов, площадь объединения которых равна S . Докажите, что из них можно выбрать несколько непересекающихся кругов, суммарная площадь которых не менее $\frac{S}{9}$.