

Серия 28. Усреднение

1. В классе 21 ученик. Каждый день какие-то пары из них жмут друг другу руки, а какие-то - нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2016 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из шестерых человек так, чтобы между детьми из этой группы было совершено не менее 144 рукопожатий.

2. Есть два ожерелья, в каждом ожерелье по 100 чёрных и 100 белых бусинок. Оксана хочет приложить второе ожерелье к первому (разрешается поворачивать и переворачивать) так, чтобы как можно больше бусинок совпало по цвету. Какое число совпадающих бусинок Оксана может гарантированно получить?

3. На столе лежат 5 часов со стрелками. Разрешается любые несколько из них перевести вперед. Для каждого часа время, на которое при этом их перевели, назовем временем перевода. Требуется все часы установить так, чтобы они показывали одинаковое время. За какое наименьшее суммарное время перевода это можно гарантированно сделать?

4. Докажите, что можно покрасить рёбра полного графа на $n > 2$ вершинах в два цвета, чтобы одноцветных треугольников было меньше четверти.

5. У каждого из жителей города N знакомые составляют не менее 30% населения города. Житель идёт на выборы, если баллотируется хотя бы один из его знакомых. Докажите, что можно так провести выборы мэра города из двух кандидатов, что в них примет участие не менее половины жителей.

6. Докажите, что из графа G можно удалить не более, чем $\frac{1}{n}$ часть его рёбер так, чтобы вершины оставшегося графа можно было покрасить правильным образом в n цветов

Серия 28. Усреднение

1. В классе 21 ученик. Каждый день какие-то пары из них жмут друг другу руки, а какие-то - нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2016 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из шестерых человек так, чтобы между детьми из этой группы было совершено не менее 144 рукопожатий.

2. Есть два ожерелья, в каждом ожерелье по 100 чёрных и 100 белых бусинок. Оксана хочет приложить второе ожерелье к первому (разрешается поворачивать и переворачивать) так, чтобы как можно больше бусинок совпало по цвету. Какое число совпадающих бусинок Оксана может гарантированно получить?

3. На столе лежат 5 часов со стрелками. Разрешается любые несколько из них перевести вперед. Для каждого часа время, на которое при этом их перевели, назовем временем перевода. Требуется все часы установить так, чтобы они показывали одинаковое время. За какое наименьшее суммарное время перевода это можно гарантированно сделать?

4. Докажите, что можно покрасить рёбра полного графа на $n > 2$ вершинах в два цвета, чтобы одноцветных треугольников было меньше четверти.

5. У каждого из жителей города N знакомые составляют не менее 30% населения города. Житель идёт на выборы, если баллотируется хотя бы один из его знакомых. Докажите, что можно так провести выборы мэра города из двух кандидатов, что в них примет участие не менее половины жителей.

6. Докажите, что из графа G можно удалить не более, чем $\frac{1}{n}$ часть его рёбер так, чтобы вершины оставшегося графа можно было покрасить правильным образом в n цветов