

Тренировочная олимпиада

1. 200 учеников, рост никаких двоих из которых не совпадает, выстроены прямоугольником по 10 человек в каждом поперечном ряду и по 20 человек в каждом продольном ряду. В каждом продольном ряду выбран самый высокий ученик. Оказалось, что Паша самый низкий из них. С другой стороны, в каждом поперечном ряду выбран самый низкий ученик, а среди этих 20 самый высокий Тимофей. Кто выше: Паша или Тимофей?

2. Найдите хотя бы одно такое $k > 100$, что некоторое натуральное число можно представить как в виде произведения k последовательных чисел, больших 1, так и в виде произведения $k + 2$ таких чисел.

3. Во вписанном пятиугольнике $ABCDE$ $AB = BC$, $CD = DE$. Отрезки AD и BE пересекаются в точке P , отрезок BD пересекает CA и CE в точках Q и T соответственно. Докажите, что треугольник PQT равнобедренный.

4. 75 школьников из Лицея “Не первая школа” пришли на олимпиаду и начали списывать друг у друга. Оказалось, что каждый списал у 41 одношкольника. При этом известно, что 50 непервошкольников если списали у кого-то, то не давали списать тому школьнику. Докажите, что остальные непервошкольники списали друг у друга.

5. Назовём *разбросом* набора действительных чисел разность между наибольшим и наименьшим из них.

Петя начинает выписывать на доске действительные числа. После каждого выписанного им числа Вася записывает в свой блокнот среднее арифметическое всех написанных Петей чисел. Когда Петя написал 2018-ое число, а Вася записал очередное среднее арифметическое, оказалось, что разброс всех петиных чисел равен 1. Какое наименьшее значение может принимать разброс васиных чисел в этот момент?