

## Серия 7. Метод спуска

0. Докажите иррациональности числа  $\sqrt{2017}$ .
1. Решите в целых числах уравнение  $x^4 + 4y^4 = 2(z^4 + 4t^4)$ .
2. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 2xyzt$ .
3. Доказать, что никакое число вида  $4^n(8k+7)$ , где  $k$  и  $n$  — натуральные, не является полным квадратом и не представимо в виде суммы двух или трёх квадратов целых чисел.
4. Найдите все тройки неотрицательных целых чисел  $(x, y, z)$ ,  $x \leq y$  таких, что  $x^2 + y^2 = 3 \cdot 2016^z + 77$ .
5. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + y^2 = 3^n$ .
6. Имеется 2017 гирь, каждая из которых весит целое число граммов. Известно, что любые 2016 из них можно так разложить на чашки весов, по 1008 на каждую, что наступит равновесие. Доказать, что все гири имеют одинаковый вес.
7. Докажите, что уравнение  $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$  имеет бесконечно много решений в натуральных числах.

## Серия 9. Метод спуска

0. Докажите иррациональности числа  $\sqrt{2017}$ .
1. Решите в целых числах уравнение  $x^4 + 4y^4 = 2(z^4 + 4t^4)$ .
2. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 2xyzt$ .
3. Доказать, что никакое число вида  $4^n(8k+7)$ , где  $k$  и  $n$  — натуральные, не является полным квадратом и не представимо в виде суммы двух или трёх квадратов целых чисел.
4. Найдите все тройки неотрицательных целых чисел  $(x, y, z)$ ,  $x \leq y$  таких, что  $x^2 + y^2 = 3 \cdot 2016^z + 77$ .
5. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + y^2 = 3^n$ .
6. Имеется 2017 гирь, каждая из которых весит целое число граммов. Известно, что любые 2016 из них можно так разложить на чашки весов, по 1008 на каждую, что наступит равновесие. Доказать, что все гири имеют одинаковый вес.
7. Докажите, что уравнение  $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$  имеет бесконечно много решений в натуральных числах.

## Серия 9. Метод спуска

0. Докажите иррациональности числа  $\sqrt{2017}$ .
1. Решите в целых числах уравнение  $x^4 + 4y^4 = 2(z^4 + 4t^4)$ .
2. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 2xyzt$ .
3. Доказать, что никакое число вида  $4^n(8k+7)$ , где  $k$  и  $n$  — натуральные, не является полным квадратом и не представимо в виде суммы двух или трёх квадратов целых чисел.
4. Найдите все тройки неотрицательных целых чисел  $(x, y, z)$ ,  $x \leq y$  таких, что  $x^2 + y^2 = 3 \cdot 2016^z + 77$ .
5. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + y^2 = 3^n$ .
6. Имеется 2017 гирь, каждая из которых весит целое число граммов. Известно, что любые 2016 из них можно так разложить на чашки весов, по 1008 на каждую, что наступит равновесие. Доказать, что все гири имеют одинаковый вес.
7. Докажите, что уравнение  $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$  имеет бесконечно много решений в натуральных числах.