Олимпиада

1. Про натуральные числа a и b известно, что $\text{НОК}(a, a+5) = \text{НОК}(b, b+5)$. Докажите, что $a = b$.

2. Аня, Боря и Вася составляли слова. Все составили разное число слов: больше всех - Аня, меньше всех - Витя. Затем ребята просуммировали очки за свои слова. За каждое слово, которое есть ровно у одного игрока, давали 2 очка, за каждое слово, которое есть ровно у двух игроков, давали 1 очко. За слова, которые есть у всех троих, очков не давали. Могло ли оказаться так, что больше всех очков набрал Вася, а меньше всех - Аня?

3. Найдите все натуральные n, при которых числа $1, 2, 3, \ldots, 4n$ можно разбить на n групп по четыре числа так, чтобы в каждой группе одно из чисел было равно среднему арифметическому трех других.

4. Биссектрисы AD и CE треугольника ABC пересекаются в точке I. Прямая, симметричная AB относительно CE, пересекает прямую, симметричную CB относительно AD, в точке K. Докажите, что KI перпендикулярно AC.

5. На прямой отмечено 2018 точек. Сначала Вася красит половину точек в красный цвет, а остальные - в синий. После этого Петя разбивает все точки на пары "красная - синяя" таким образом, чтобы сумма расстояний между точками в парах была максимальной. Докажите, что этот максимум не зависит от того, какую раскраску сделал Вася.

[ЦПМ, кружок по математике, 8 класс]
[*2017–2018*] *13 января 2018*

Олимпиада

1. Про натуральные числа a и b известно, что $\text{НОК}(a, a+5) = \text{НОК}(b, b+5)$. Докажите, что $a = b$.

2. Аня, Боря и Вася составляли слова. Все составили разное число слов: больше всех - Аня, меньше всех - Витя. Затем ребята просуммировали очки за свои слова. За каждое слово, которое есть ровно у одного игрока, давали 2 очка, за каждое слово, которое есть ровно у двух игроков, давали 1 очко. За слова, которые есть у всех троих, очков не давали. Могло ли оказаться так, что больше всех очков набрал Вася, а меньше всех - Аня?

3. Найдите все натуральные n, при которых числа $1, 2, 3, \ldots, 4n$ можно разбить на n групп по четыре числа так, чтобы в каждой группе одно из чисел было равно среднему арифметическому трех других.

4. Биссектрисы AD и CE треугольника ABC пересекаются в точке I. Прямая, симметричная AB относительно CE, пересекает прямую, симметричную CB относительно AD, в точке K. Докажите, что KI перпендикулярно AC.

5. На прямой отмечено 2018 точек. Сначала Вася красит половину точек в красный цвет, а остальные - в синий. После этого Петя разбивает все точки на пары "красная - синяя" таким образом, чтобы сумма расстояний между точками в парах была максимальной. Докажите, что этот максимум не зависит от того, какую раскраску сделал Вася.