

Конструктивы в ТЧ, часть 2

1. Существуют ли такие натуральные числа a, b, c, d , что $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 100^{100}$?
2. Верно ли, что уравнение $x^2 + y^2 - z^2 = 1997$ имеет бесконечно много решений в целых числах?
3. Петя взял 20 последовательных натуральных чисел, записал их друг за другом в некотором порядке и получил число M . Вася взял 21 последовательное натуральное число, записал их друг за другом в некотором порядке и получил число N . Могло ли случиться, что $M = N$?
4. Существует ли арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_{2018}$ с ненулевой разностью такая, что каждый её член имеет вид $\frac{1}{n}$?
5. Радикалом натурального числа N (обозначается $rad(N)$) называется произведение всех простых делителей числа N , взятых по одному разу. Например, $rad(120) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$. Существует ли такая тройка попарно взаимно простых натуральных чисел A, B, C , что $A + B = C$ и $C > 1000rad(ABC)$?

Письменная задача

6. Верно ли, что существует бесконечно много арифметических прогрессий, состоящих из 2017 различных натуральных чисел таких, что в каждой из них произведение всех членов является точной 2018-й степенью?

Конструктивы в ТЧ, часть 2

1. Существуют ли такие натуральные числа a, b, c, d , что $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 100^{100}$?
2. Верно ли, что уравнение $x^2 + y^2 - z^2 = 1997$ имеет бесконечно много решений в целых числах?
3. Петя взял 20 последовательных натуральных чисел, записал их друг за другом в некотором порядке и получил число M . Вася взял 21 последовательное натуральное число, записал их друг за другом в некотором порядке и получил число N . Могло ли случиться, что $M = N$?
4. Существует ли арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_{2018}$ с ненулевой разностью такая, что каждый её член имеет вид $\frac{1}{n}$?
5. Радикалом натурального числа N (обозначается $rad(N)$) называется произведение всех простых делителей числа N , взятых по одному разу. Например, $rad(120) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$. Существует ли такая тройка попарно взаимно простых натуральных чисел A, B, C , что $A + B = C$ и $C > 1000rad(ABC)$?

Письменная задача

6. Верно ли, что существует бесконечно много арифметических прогрессий, состоящих из 2017 различных натуральных чисел таких, что в каждой из них произведение всех членов является точной 2018-й степенью?