

## Конструктивы в ТЧ

1. Докажите, что найдется такое натуральное число  $n > 1$ , что произведение некоторых  $n$  последовательных натуральных чисел равно произведению некоторых  $n + 100$  последовательных натуральных чисел.
2. Докажите, что существует бесконечно много таких троек натуральных чисел  $(a, b, c)$ , что  $a^{15} + b^{17} = c^{16}$ .
3. Существует ли арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_{2018}$  с ненулевой разностью такая, что каждый её член имеет вид  $\frac{1}{n}$ ?
4. Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?
5. Существует ли такой набор из 1000 различных натуральных чисел, что для любых двух чисел из набора их сумма делится на их разность?
6. Существует ли возрастающая арифметическая прогрессия длины 2017, все члены которой являются точными степенями, выше десятой?
7. Докажите, что найдутся четыре таких целых числа  $a, b, c, d$ , по модулю больших 1000000, что

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{abcd}.$$

8. Существует ли последовательность натуральных чисел, в которой каждое натуральное число встречается ровно один раз и при этом для любого  $k = 1, 2, 3, \dots$  сумма первых  $k$  членов последовательности делится на  $k$ ?

## Письменная задача

9. Существует ли 10 таких различных целых чисел, что сумма любых 9 из них является полным квадратом?

## Конструктивы в ТЧ

1. Докажите, что найдется такое натуральное число  $n > 1$ , что произведение некоторых  $n$  последовательных натуральных чисел равно произведению некоторых  $n + 100$  последовательных натуральных чисел.
2. Докажите, что существует бесконечно много таких троек натуральных чисел  $(a, b, c)$ , что  $a^{15} + b^{17} = c^{16}$ .
3. Существует ли арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_{2018}$  с ненулевой разностью такая, что каждый её член имеет вид  $\frac{1}{n}$ ?
4. Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?
5. Существует ли такой набор из 1000 различных натуральных чисел, что для любых двух чисел из набора их сумма делится на их разность?
6. Существует ли возрастающая арифметическая прогрессия длины 2017, все члены которой являются точными степенями, выше десятой?
7. Докажите, что найдутся четыре таких целых числа  $a, b, c, d$ , по модулю больших 1000000, что

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{abcd}.$$

8. Существует ли последовательность натуральных чисел, в которой каждое натуральное число встречается ровно один раз и при этом для любого  $k = 1, 2, 3, \dots$  сумма первых  $k$  членов последовательности делится на  $k$ ?

## Письменная задача

9. Существует ли 10 таких различных целых чисел, что сумма любых 9 из них является полным квадратом?