

Соответствия

Учимся говорить

1. Рассмотрим всевозможные графы на n пронумерованных вершинах. Каких графов среди них больше — связных или несвязных?
2. Дан выпуклый n -угольник такой, что никакие три его диагонали не пересекаются в одной точке. Найдите количество точек пересечения диагоналей данного многоугольника (не являющихся вершинами многоугольника).
3. (а) Автобусные билеты имеют шестизначные номера от 000000 до 999999. Билет называется счастливым, если сумма первых трех его цифр его номера равна сумме последних трех. Является ли четным число счастливых билетов?
(б) Является ли четным число всех 20-значных натуральных чисел, не содержащих в записи нулей и делящихся на 101?
4. Доказать, что суммарное количество цифр в десятичной записи чисел $1, 2, 3, \dots, 10^k$ равно суммарному количеству нулей в десятичной записи чисел $1, 2, 3, \dots, 10^{k+1}$.
5. Полоска 1×10 разбита на единичные квадраты. В квадраты записывают числа $1, 2, \dots, 10$. Сначала в один какой-нибудь квадрат записывают число 1, затем число 2 записывают в один из соседних квадратов, затем число 3 — в один из соседних с уже занятыми и т. д. (произвольными являются выбор первого квадрата и выбор соседа на каждом шагу). Сколькими способами это можно проделать?
6. (а) Докажите, что количество разбиений числа n в сумму не более чем k слагаемых, равно количеству разбиений числа n в сумму слагаемых, не превосходящих k .
(б) Докажите, что количество разбиений числа n , равно количеству разбиений числа $2n$ в сумму ровно n слагаемых.
(с) Докажите, что количество разбиений числа n в сумму различных слагаемых равно количеству разбиений числа n в сумму нечетных слагаемых.
7. В школе учатся 400 человек, из них 200 двоечников и 200 отличников. На Новый Год Дед Мороз привез мешок, в котором есть 800 конфет «Миндаль Иванович». Он хочет раздать их все детям, причем каждый двоечник должен получить не больше одной конфеты, а каждый отличник — хотя бы 2 конфеты, причем четное количество. Директор школы решил, кроме того, поощрить отличников, приготовив 600 мандаринов, которые хочет раздать так, чтобы каждому отличнику досталось не менее одного. У кого больше способов раздать свои подарки?

8. Рассмотрим последовательность из n натуральных чисел. Будем называть ее уморительной, если вместе с каждым $k \geq 2$ в последовательность входит также и число $k - 1$, причем первое вхождение $k - 1$ до последнего вхождения k . Посчитайте количество уморительных последовательностей.

Учимся писать

9. Сколько существует разных способов разбить число 2017 на натуральные слагаемые, которые приблизительно равны? Слагаемых может быть одно или несколько. Числа называются *приблизительно равными*, если их разность не больше 1. Способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считаются одинаковыми.
10. Дана шахматная доска. Ее вертикали перенумерованы числами от 1 до 8, а горизонтали обозначены латинскими буквами от a до h. Рассматриваются покрытия доски доминошками. Каких разбиений больше — тех, которые содержат доминошку a1–a2, или тех, которые содержат доминошку b2–b3?