

## Точки и прямые на плоскости

### Учимся говорить

1. На сколько частей делят плоскость  $n$  прямых общего положения (никакие три прямые не проходят через одну точку и никакие две не параллельны)?  
(а)  $n = 3$  (б)  $n = 4$  (с)  $n$  — произвольно.
2. Доказать, что среди частей, на которые делят плоскость  $N$  прямых общего положения, найдется хотя бы один треугольник.
3. На плоскости проведено несколько прямых общего положения. Докажите, что в областях, на которые прямые поделили плоскость, можно расставить положительные числа так, чтобы суммы чисел по обе стороны каждой из проведённых прямых были равны.

Даны 2017 прямых общего положения. Паук бежит по этим прямым. Дойдя до точки пересечения, он обязательно поворачивает налево или направо, причем повороты налево и направо строго чередуются. Может ли в какой-то момент получиться так, что паук пробежит по одному и тому же отрезку какой-то из прямых в обоих направлениях?

*Конфигурацией на плоскости называется набор из  $p$  точек и  $l$  прямых таких, что каждая точка лежит ровно на  $n$  прямых, и каждая прямая проходит ровно через  $t$  точек. Обозначение:  $(p_n, l_m)$ . Ясно, что  $pn = lt$ . Отсюда видим, что в случае, когда  $p = l$ , имеем  $n = t$ . В этом случае будем писать просто  $(p_n)$ .*

4. Опишите все конфигурации вида  $(p_1)$ ,  $(p_2)$ . Для конфигурации вида  $(p_3)$  докажите, что  $p \geq 7$ .
5. Постройте конфигурации  $(4_3, 6_2)$  и  $(6_2, 4_3)$ . Они называются полным четырехугольником и полным четырехсторонником соответственно.

### Учимся писать

6. 99 прямых разбивают плоскость на  $n$  частей. Найдите все возможные значения  $n$ , меньшие 199.
7. Несколько прямых, никакие две из которых не параллельны, разрезают плоскость на части. Внутри одной из этих частей отметили точку  $A$ . Докажите, что точка, лежащая с  $A$  по разные стороны от всех данных прямых, существует тогда и только тогда, когда часть, содержащая  $A$ , неограничена.
8. Постройте какую-нибудь конфигурацию типа  $(10_3)$ .

## Точки и прямые на плоскости

### Учимся говорить

1. На сколько частей делят плоскость  $n$  прямых общего положения (никакие три прямые не проходят через одну точку и никакие две не параллельны)?  
(а)  $n = 3$  (б)  $n = 4$  (с)  $n$  — произвольно.
2. Доказать, что среди частей, на которые делят плоскость  $N$  прямых общего положения, найдется хотя бы один треугольник.
3. На плоскости проведено несколько прямых общего положения. Докажите, что в областях, на которые прямые поделили плоскость, можно расставить положительные числа так, чтобы суммы чисел по обе стороны каждой из проведённых прямых были равны.

Даны 2017 прямых общего положения. Паук бежит по этим прямым. Дойдя до точки пересечения, он обязательно поворачивает налево или направо, причем повороты налево и направо строго чередуются. Может ли в какой-то момент получиться так, что паук пробежит по одному и тому же отрезку какой-то из прямых в обоих направлениях?

*Конфигурацией на плоскости называется набор из  $p$  точек и  $l$  прямых таких, что каждая точка лежит ровно на  $n$  прямых, и каждая прямая проходит ровно через  $t$  точек. Обозначение:  $(p_n, l_m)$ . Ясно, что  $pn = lt$ . Отсюда видим, что в случае, когда  $p = l$ , имеем  $n = t$ . В этом случае будем писать просто  $(p_n)$ .*

4. Опишите все конфигурации вида  $(p_1)$ ,  $(p_2)$ . Для конфигурации вида  $(p_3)$  докажите, что  $p \geq 7$ .
5. Постройте конфигурации  $(4_3, 6_2)$  и  $(6_2, 4_3)$ . Они называются полным четырехугольником и полным четырехсторонником соответственно.

### Учимся писать

6. 99 прямых разбивают плоскость на  $n$  частей. Найдите все возможные значения  $n$ , меньшие 199.
7. Несколько прямых, никакие две из которых не параллельны, разрезают плоскость на части. Внутри одной из этих частей отметили точку  $A$ . Докажите, что точка, лежащая с  $A$  по разные стороны от всех данных прямых, существует тогда и только тогда, когда часть, содержащая  $A$ , неограничена.
8. Постройте какую-нибудь конфигурацию типа  $(10_3)$ .