

Принцип Дирихле в геометрии

0. Внутри правильного треугольника со стороной 1 расположено 5 точек. Докажите, что среди них найдутся две, расстояние между которыми не больше $\frac{1}{2}$.

Учимся говорить

1. В квадрате со стороной 1 находится 51 точка. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть кругом радиуса $\frac{1}{7}$.
2. Узлы бесконечной клетчатой бумаги раскрашены в p цветов. Докажите, что существует m горизонтальных и n вертикальных прямых, на пересечении которых лежат точки одного цвета.
(а) $p = 2$, $m = n = 2$; (б) n , m и p — произвольные натуральные числа.
3. Каждый день Фрекен Бок испекает квадратный торт размером 3×3 . Карлсон немедленно вырезает себе из него четыре квадратных куска размером 1×1 , со сторонами, параллельными сторонам квадрата (не обязательно по линиям сетки 3×3). После этого Малыш также вырезает себе из оставшейся части торта квадратный кусок со сторонами, также параллельными сторонам торта. На какой наибольший кусок торта может рассчитывать Малыш вне зависимости от действий Карлсона?
4. В круге радиуса 16 расположено 650 точек. Докажите, что найдётся кольцо с внутренним радиусом 2 и внешним радиусом 3, в котором лежит не менее 10 из данных точек.
5. Известно, что в кадр фотоаппарата, расположенного в точке O , не могут попасть предметы A и B такие, что угол AOB больше 179° . На плоскости поставлено 1000 таких фотоаппаратов. Одновременно каждым фотоаппаратом делают по одному снимку. Доказать, что найдётся снимок, на котором сфотографировано не больше 998 фотоаппаратов.

Учимся писать

6. Каким наименьшим числом кругов радиуса 1 можно целиком накрыть круг радиуса 2?
7. Внутри окружности радиуса n расположено $4n$ отрезков длиной 1. Докажите, что можно провести прямую, параллельную или перпендикулярную прямой l и пересекающую по крайней мере два данных отрезка.

Принцип Дирихле в геометрии

0. Внутри правильного треугольника со стороной 1 расположено 5 точек. Докажите, что среди них найдутся две, расстояние между которыми не больше $\frac{1}{2}$.

Учимся говорить

1. В квадрате со стороной 1 находится 51 точка. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть кругом радиуса $\frac{1}{7}$.
2. Узлы бесконечной клетчатой бумаги раскрашены в p цветов. Докажите, что существует m горизонтальных и n вертикальных прямых, на пересечении которых лежат точки одного цвета.
(а) $p = 2$, $m = n = 2$; (б) n , m и p — произвольные натуральные числа.
3. Каждый день Фрекен Бок испекает квадратный торт размером 3×3 . Карлсон немедленно вырезает себе из него четыре квадратных куска размером 1×1 , со сторонами, параллельными сторонам квадрата (не обязательно по линиям сетки 3×3). После этого Малыш также вырезает себе из оставшейся части торта квадратный кусок со сторонами, также параллельными сторонам торта. На какой наибольший кусок торта может рассчитывать Малыш вне зависимости от действий Карлсона?
4. В круге радиуса 16 расположено 650 точек. Докажите, что найдётся кольцо с внутренним радиусом 2 и внешним радиусом 3, в котором лежит не менее 10 из данных точек.
5. Известно, что в кадр фотоаппарата, расположенного в точке O , не могут попасть предметы A и B такие, что угол AOB больше 179° . На плоскости поставлено 1000 таких фотоаппаратов. Одновременно каждым фотоаппаратом делают по одному снимку. Доказать, что найдётся снимок, на котором сфотографировано не больше 998 фотоаппаратов.

Учимся писать

6. Каким наименьшим числом кругов радиуса 1 можно целиком накрыть круг радиуса 2?
7. Внутри окружности радиуса n расположено $4n$ отрезков длиной 1. Докажите, что можно провести прямую, параллельную или перпендикулярную прямой l и пересекающую по крайней мере два данных отрезка.