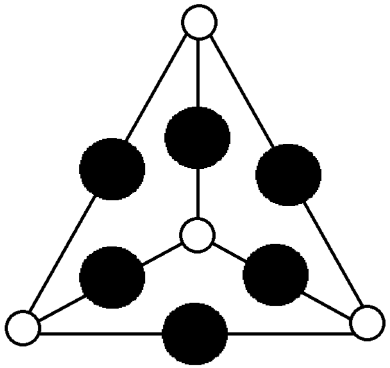
7 класс **Олимпиада** 12 мая 2018

1. Один странный мальчик по средам и пятницам говорит только правду, по вторникам всегда лжёт, а в остальные дни может как солгать, так и сказать правду. Семь дней подряд мальчика спрашивали, как его зовут. Первые шесть ответов, по порядку, были таковы: Женя, Лёша, Вася, Вася, Петя, Лёша. А как он ответил на седьмой день?

2. Нецелое число x таково, что $x + \frac{1}{x} = 3$. Чему равно $x^4 + \frac{1}{x^4}$?

3. Можно ли какие-нибудь 10 последовательных натуральных чисел расположить в 10 кружках (4 белых и 6 чёрных) так, чтобы среднее арифметическое любых двух белых чисел равнялось чёрному числу между ними?



4. При каком наибольшем n найдутся n последовательных натуральных чисел, чьё произведение оканчивается на 900?

5. 50 фишек расставлены на клетках доски 8×8. Если в каком-то квадрате 2×2 стоит всего одна фишка, Саша может её убрать. Докажите, что Саша не сможет за несколько таких ходов убрать все фишки с доски, как бы они там ни стояли изначально.

6. Точка P лежит на стороне BC квадрата $ABCD$. На отрезке AP построили квадрат $APRS$. Докажите, что $\angle RCD = 45°$. (Вершины обоих квадратов занумерованы по часовой стрелке.)

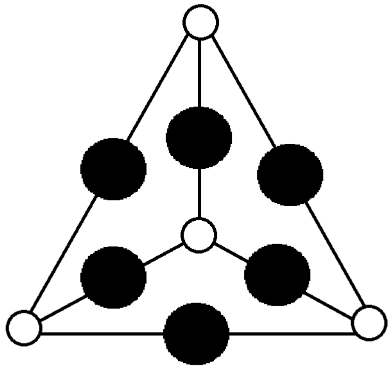
7. На шахматной доске 8×8 стоит $n > 6$ коней. Известно, что какие 6 коней ни выбрать, среди них найдутся два, бьющих друг друга. Какое наибольшее значение может принимать n?

7 класс **Олимпиада** 12 мая 2018

1. Один странный мальчик по средам и пятницам говорит только правду, по вторникам всегда лжёт, а в остальные дни может как солгать, так и сказать правду. Семь дней подряд мальчика спрашивали, как его зовут. Первые шесть ответов, по порядку, были таковы: Женя, Лёша, Вася, Вася, Петя, Лёша. А как он ответил на седьмой день?

2. Нецелое число x таково, что $x + \frac{1}{x} = 3$. Чему равно $x^4 + \frac{1}{x^4}$?

3. Можно ли какие-нибудь 10 последовательных натуральных чисел расположить в 10 кружках (4 белых и 6 чёрных) так, чтобы среднее арифметическое любых двух белых чисел равнялось чёрному числу между ними?



4. При каком наибольшем n найдутся n последовательных натуральных чисел, чьё произведение оканчивается на 900?

5. 50 фишек расставлены на клетках доски 8×8. Если в каком-то квадрате 2×2 стоит всего одна фишка, Саша может её убрать. Докажите, что Саша не сможет за несколько таких ходов убрать все фишки с доски, как бы они там ни стояли изначально.

6. Точка P лежит на стороне BC квадрата $ABCD$. На отрезке AP построили квадрат $APRS$. Докажите, что $\angle RCD = 45°$. (Вершины обоих квадратов занумерованы по часовой стрелке.)

7. На шахматной доске 8×8 стоит $n > 6$ коней. Известно, что какие 6 коней ни выбрать, среди них найдутся два, бьющих друг друга. Какое наибольшее значение может принимать n?