

1. На доске написаны числа $1, 2, \dots, 20$. За ход разрешается стереть с доски два числа a, b и написать вместо них **а)** $a + b - 1$; **б)** $a + b + ab$. Какое число останется на доске после 19 ходов?

2. Внутри правильного треугольника отмечена точка. Докажите, что сумма расстояний от неё до сторон треугольника не зависит от положения точки.

3. Круг разбит на **а)** 6; **б)** 12 секторов, в каждом из которых стоит фишка. За один ход разрешается передвинуть две фишки на один сектор в противоположных направлениях. Можно ли за несколько ходов собрать все фишки в одном секторе?

4. На острове Серобуромалин обитают 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Если встречаются два хамелеона разного цвета, то они одновременно меняют свой цвет на третий. Может ли случиться так, что через некоторое время все хамелеоны будут одного цвета?

5. **а)** В белой таблице 2018×2018 Ваня закрасил произвольную клетку. Ему разрешается менять цвет всех клеток любой строки или любого столбца. Ваня утверждает, что вновь сделал всю таблицу белой. Не ошибся ли он?

б) Тот же вопрос, если теперь Ване также можно менять цвет всех клеток любой диагонали, а изначально закрашенная клетка была не угловой.

6. В алфавите племени Мумбо-Юмбо всего две буквы: М и Ю. Игра в слова в этом племени заключается в следующем. Разрешается вставлять в имеющееся слово две одинаковые буквы подряд (между буквами или с краю) и удалять из имеющегося слова две соседние одинаковые буквы, после чего игра продолжается с полученным словом. Можно ли, играя в слова, получить из слова МЮ слово ЮМ?

7. На доске 15×15 стоят 15 не бьющих друг друга ладей. Каждую ладью передвинули ходом коня. Докажите, что теперь некоторые две ладьи бьют друг друга.

8. Есть три кучки камней: в первой — 51, во второй — 49, в третьей — 5. Разрешается объединять две кучки в одну или разделять кучку с чётным числом камней на две равных. Можно ли через некоторое время получить 105 кучек по одному камню?

9. Четыре кузнечика сидят в вершинах квадрата. Каждую секунду один из кузнечиков прыгает в точку, симметричную относительно другого кузнечика. Могут ли кузнечики через некоторое время оказаться в вершинах квадрата большего размера?

1. На доске написаны числа $1, 2, \dots, 20$. За ход разрешается стереть с доски два числа a, b и написать вместо них **а)** $a + b - 1$; **б)** $a + b + ab$. Какое число останется на доске после 19 ходов?

2. Внутри правильного треугольника отмечена точка. Докажите, что сумма расстояний от неё до сторон треугольника не зависит от положения точки.

3. Круг разбит на **а)** 6; **б)** 12 секторов, в каждом из которых стоит фишка. За один ход разрешается передвинуть две фишки на один сектор в противоположных направлениях. Можно ли за несколько ходов собрать все фишки в одном секторе?

4. На острове Серобуромалин обитают 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Если встречаются два хамелеона разного цвета, то они одновременно меняют свой цвет на третий. Может ли случиться так, что через некоторое время все хамелеоны будут одного цвета?

5. **а)** В белой таблице 2018×2018 Ваня закрасил произвольную клетку. Ему разрешается менять цвет всех клеток любой строки или любого столбца. Ваня утверждает, что вновь сделал всю таблицу белой. Не ошибся ли он?

б) Тот же вопрос, если теперь Ване также можно менять цвет всех клеток любой диагонали, а изначально закрашенная клетка была не угловой.

6. В алфавите племени Мумбо-Юмбо всего две буквы: М и Ю. Игра в слова в этом племени заключается в следующем. Разрешается вставлять в имеющееся слово две одинаковые буквы подряд (между буквами или с краю) и удалять из имеющегося слова две соседние одинаковые буквы, после чего игра продолжается с полученным словом. Можно ли, играя в слова, получить из слова МЮ слово ЮМ?

7. На доске 15×15 стоят 15 не бьющих друг друга ладей. Каждую ладью передвинули ходом коня. Докажите, что теперь некоторые две ладьи бьют друг друга.

8. Есть три кучки камней: в первой — 51, во второй — 49, в третьей — 5. Разрешается объединять две кучки в одну или разделять кучку с чётным числом камней на две равных. Можно ли через некоторое время получить 105 кучек по одному камню?

9. Четыре кузнечика сидят в вершинах квадрата. Каждую секунду один из кузнечиков прыгает в точку, симметричную относительно другого кузнечика. Могут ли кузнечики через некоторое время оказаться в вершинах квадрата большего размера?