

Факт. $a^k - b^k = (a - b)(a^{k-1} + a^{k-2}b + a^{k-3}b^2 + \dots + ab^{k-2} + b^{k-1})$.

Следствие. Для любых натуральных чисел a, b, k ($a \neq b$) справедливо $a^k - b^k \div a - b$.

1. Петя поделил число a на число b . Затем, увеличив делимое на 1 и уменьшив делитель на 2, он с удивлением обнаружил, что частное после этого не изменилось. Чему могло равняться частное?

2. Положительные числа a, b, c, d удовлетворяют условию $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Докажите, что $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+c}{b+d}$.

3. Пусть $k = \frac{x^4 + y^4}{x^4 - y^4}$. Через k выразите $\frac{x^8 + y^8}{x^8 - y^8}$.

4. Про положительные числа a, b, c, d известно, что $ac + ad - bd - bc = 0$.

Чему может быть равно $\frac{a-b}{c+d}$?

5. Решите в натуральных числах уравнение

а) $xy - x - y - 1 = 17$; б) $xy - 3x - 5y = 8$.

6. Натуральное n таково, что число $2^n - 1$ — простое. Докажите, что и n — простое.

7. Известно, что для некоторых чисел a и b верно $a + b = 1$. Чему может быть равно $a^3 + b^3 + 3ab$?

8. Известно, что b — среднее арифметическое чисел a и c , причем $a - c = 6$. Чему может быть равно $ab + bc - ac - b^2$?

9. Решите в целых числах уравнение $x^2 - y^2 = 2017$.

10. Для простого p докажите, что $2^{2^p} - 4 \div 2^p - 1$.

11. Натуральные числа $x, y > 1$ таковы, что $x^2 + y^2 - 1 \div x + y - 1$. Докажите, что число $x + y - 1$ — составное.

12. Докажите, что при всех натуральных $n > 1$ число $n^4 + 4$ — составное.

Факт. $a^k - b^k = (a - b)(a^{k-1} + a^{k-2}b + a^{k-3}b^2 + \dots + ab^{k-2} + b^{k-1})$.

Следствие. Для любых натуральных чисел a, b, k ($a \neq b$) справедливо $a^k - b^k \div a - b$.

1. Петя поделил число a на число b . Затем, увеличив делимое на 1 и уменьшив делитель на 2, он с удивлением обнаружил, что частное после этого не изменилось. Чему могло равняться частное?

2. Положительные числа a, b, c, d удовлетворяют условию $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Докажите, что $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+c}{b+d}$.

3. Пусть $k = \frac{x^4 + y^4}{x^4 - y^4}$. Через k выразите $\frac{x^8 + y^8}{x^8 - y^8}$.

4. Про положительные числа a, b, c, d известно, что $ac + ad - bd - bc = 0$.

Чему может быть равно $\frac{a-b}{c+d}$?

5. Решите в натуральных числах уравнение

а) $xy - x - y - 1 = 17$; б) $xy - 3x - 5y = 8$.

6. Натуральное n таково, что число $2^n - 1$ — простое. Докажите, что и n — простое.

7. Известно, что для некоторых чисел a и b верно $a + b = 1$. Чему может быть равно $a^3 + b^3 + 3ab$?

8. Известно, что b — среднее арифметическое чисел a и c , причем $a - c = 6$. Чему может быть равно $ab + bc - ac - b^2$?

9. Решите в целых числах уравнение $x^2 - y^2 = 2017$.

10. Для простого p докажите, что $2^{2^p} - 4 \div 2^p - 1$.

11. Натуральные числа $x, y > 1$ таковы, что $x^2 + y^2 - 1 \div x + y - 1$. Докажите, что число $x + y - 1$ — составное.

12. Докажите, что при всех натуральных $n > 1$ число $n^4 + 4$ — составное.