

1. На стороне CD квадрата $ABCD$ построен правильный треугольник CDN , такой что вершина N лежит вне квадрата, а на диагонали AC — правильный треугольник AMC такой, что точка D лежит внутри этого треугольника. Докажите, что отрезок MN равен стороне квадрата.

2. В треугольнике ABC высоты AA_1 и CC_1 пересекаются в точке H . Известно, что H — середина AA_1 , причём $CH : HC_1 = 2 : 1$. Найдите $\angle B$.

3. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки K и M соответственно так, что $KM \parallel AC$. Отрезки AM и KC пересекаются в точке O . Известно, что $AK = AO$ и $KM = MC$. Докажите, что $AM = KB$.

4. Лист бумаги в форме равностороннего треугольника ABC перегнули по отрезку B_1C_1 , где B_1 лежит на AC , C_1 — на AB , так, что A совместилась с точкой A' на стороне BC . Докажите, что углы треугольников $A'SB_1$ и $A'BC_1$ соответственно равны.

5. а) I — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Докажите, что $\angle BIC = 90^\circ + \frac{\angle BAC}{2}$.

б) I — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Известно, что $\angle ABC = 120^\circ$. На лучах AB и CB отложили точки P и Q соответственно так, что $AC = AP = CQ$. Докажите, что $\angle PIQ = 90^\circ$.

6. Через точку Y , лежащую на стороне AB правильного треугольника ABC , провели прямую, пересекающую продолжение луча CA за точку A в точке X и сторону BC в точке Z , так, что $XY = YZ$ и $AY = BZ$. Докажите, что прямая XZ перпендикулярна прямой BC .

7. На стороне AC треугольника ABC нашлись точки K и L , такие, что L — середина AK , а BK — биссектриса угла LBC . Оказалось, что $BC = 2BL$. Докажите, что $KC = AB$.

8. Точка K лежит на стороне AB треугольника ABC . KE — биссектриса треугольника AKC . KH — высота треугольника BKC . Оказалось, что угол $\angle EKH$ — прямой. Найдите BC , если $CH = 5$.

9. Точка D взята на медиане BM треугольника ABC . Через точку D проведена прямая, параллельная AB , а через точку C — прямая, параллельная BM . Две проведенные прямые пересекаются в точке E . Докажите, что $BE = AD$.

1. На стороне CD квадрата $ABCD$ построен правильный треугольник CDN , такой что вершина N лежит вне квадрата, а на диагонали AC — правильный треугольник AMC такой, что точка D лежит внутри этого треугольника. Докажите, что отрезок MN равен стороне квадрата.

2. В треугольнике ABC высоты AA_1 и CC_1 пересекаются в точке H . Известно, что H — середина AA_1 , причём $CH : HC_1 = 2 : 1$. Найдите $\angle B$.

3. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки K и M соответственно так, что $KM \parallel AC$. Отрезки AM и KC пересекаются в точке O . Известно, что $AK = AO$ и $KM = MC$. Докажите, что $AM = KB$.

4. Лист бумаги в форме равностороннего треугольника ABC перегнули по отрезку B_1C_1 , где B_1 лежит на AC , C_1 — на AB , так, что A совместилась с точкой A' на стороне BC . Докажите, что углы треугольников $A'SB_1$ и $A'BC_1$ соответственно равны.

5. а) I — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Докажите, что $\angle BIC = 90^\circ + \frac{\angle BAC}{2}$.

б) I — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Известно, что $\angle ABC = 120^\circ$. На лучах AB и CB отложили точки P и Q соответственно так, что $AC = AP = CQ$. Докажите, что $\angle PIQ = 90^\circ$.

6. Через точку Y , лежащую на стороне AB правильного треугольника ABC , провели прямую, пересекающую продолжение луча CA за точку A в точке X и сторону BC в точке Z , так, что $XY = YZ$ и $AY = BZ$. Докажите, что прямая XZ перпендикулярна прямой BC .

7. На стороне AC треугольника ABC нашлись точки K и L , такие, что L — середина AK , а BK — биссектриса угла LBC . Оказалось, что $BC = 2BL$. Докажите, что $KC = AB$.

8. Точка K лежит на стороне AB треугольника ABC . KE — биссектриса треугольника AKC . KH — высота треугольника BKC . Оказалось, что угол $\angle EKH$ — прямой. Найдите BC , если $CH = 5$.

9. Точка D взята на медиане BM треугольника ABC . Через точку D проведена прямая, параллельная AB , а через точку C — прямая, параллельная BM . Две проведенные прямые пересекаются в точке E . Докажите, что $BE = AD$.