

Фазовое пространство

Множество состояний системы называется её фазовым пространством. Например, это может быть множество всех положений машины, движущейся по дороге, либо множество всех выигрышных номеров лотерейных билетов.

1. Петя задумал двузначное число. За ход Вася называет любое двузначное число. Цель Васи — назвать такое число, которое отличалось бы от задуманного в каждом из двух разрядов не более чем на 1. Какое наименьшее число ходов заведомо хватит Васе?
2. Мальчик и девочка договорились встретиться после отбоя между 23-00 и 24-00. Каждый приходит на место встречи случайным образом, ждет 15 минут, и если встреча не произошла, то уходит. Какова вероятность встречи?
3. Монах с 8 часов утра до 8 часов вечера поднимался на священную гору. Ночь он провел в молитвах, а на следующий день спускался с горы с 8 утра до 8 вечера по той же дороге. Скорость его оба раза вовсе не была постоянной, иногда он отдыхал, мог и возвращаться за забытой на предыдущем привале вещью. Докажите, что в каком-то месте дороге он в первый и во второй день был ровно в одно и то же время.
4. Из города A в город B ведут две непересекающиеся дороги. Известно, что две машины, выезжающие по разным дорогам из A в B и связанные веревкой длины 19, смогли проехать, не порвав веревки. Могут ли разминуться, не коснувшись друг друга, два круглых воза радиуса 10, один из которых едет из A в B , а другой — из B в A ?
5. (а) Двое флатландцев спускаются с высочайшей вершины Флатландии «Пик кипа» — один по левому склону, а второй по правому. Гора везде выше уровня моря, её поверхность — график кусочно-линейной непрерывной функции. Докажите, что флатландцы могут достичь моря, все время находясь на одинаковой высоте над уровнем моря.
(б) Докажите, что если есть несколько гор равной высоты, и по склону каждой горы спускается флатландец, то они смогут спуститься, оставаясь все на одной и той же высоте.
6. На плоском ровном поле растут 4 дерева: A , B , V и G . По полю проходит прямая дорога. Землеустроитель установил на дороге 8 столбов и на каждом прикрепил табличку, на которой перечислены имена деревьев, причем первым указано ближайшее, вторым — второе по удаленности и т.д. Докажите, что найдутся два столба с одинаковыми табличками.
7. В Москве 7 высоток. Турист-математик хочет найти такую точку, из которой все эти высотки видны в заданном порядке (начиная с МГУ, по часовой стрелке). Всегда ли ему удастся это сделать?
8. На плоскости вбито k гвоздей общего положения. Проводятся прямые, не пересекающие ни один из гвоздей. Две прямые назовем эквивалентными, если одна из них может быть перемещена между гвоздями, так чтобы получилась вторая. Чему равно число классов эквивалентности прямых?