

Таблицы

1. На шахматной доске расставлено 8 ладей не бьющих друг друга. Докажите, что среди попарных расстояний между ними есть одинаковые (расстоянием между ладьями считается расстояние между центрами клеток, в которых они стоят).
2. Какое максимальное число клеток (внутренних областей клеток) таблицы 8×8 может пересечь прямая?
3. В соседней с угловой клетке таблицы 8×8 стоит минус единица, а в остальных клетках таблицы стоят единицы. За ход можно домножить одновременно все числа одной строки, одного столбца или одной диагонали (не обязательно главной) на -1 . Можно ли такими операциями получить таблицу только с единицами?
4. В каждой клетке таблицы $n \times n$ записано число, причём все строки различны (две строки называются различными, если они отличаются хотя бы в одном элементе в каком-то столбце). Докажите, что из таблицы можно выкинуть один столбец так, чтобы все строки по-прежнему остались различными.
5. Какое максимальное число клеток можно закрасить в таблице 8×8 так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали (не обязательно главной) было закрашено чётное число клеток?
6. Назовём лабиринтом шахматную доску 8×8 , где между некоторыми полями вставлены перегородки. Если ладья может обойти все поля, не перепрыгивая через перегородки, то лабиринт называется хорошим, иначе - плохим. Каких лабиринтов больше - хороших или плохих?
7. Каждая клетка клетчатой плоскости раскрашена в один из n^2 цветов так, что в любом квадрате из $n \times n$ клеток встречаются все цвета. Известно, что в какой-то строке встречаются все цвета. Докажите, что существует столбец, раскрашенный ровно в n цветов.