Окружной этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2004-2005, 11 класс, второй день

1. Докажите, что для любого многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами и любого натурального k существует такое натуральное n, что $P(1) + P(2) + \ldots + P(n)$ делится на k.

2. Каждую вершину выпуклого четырехугольника площади S отразили симметрично относительно диагонали, не содержащей эту вершину. Обозначим площадь получившегося четырехугольника через S. Докажите, что $S' < 3S$.

3. Каких точных квадратов, не превосходящих 10^{20}, больше: тех, у которых семнадцатая с конца цифра — 7, или тех, у которых семнадцатая с конца цифра — 8?

4. В 100 ящиках лежат яблоки, апельсины и бананы. Докажите, что можно так выбрать 51 ящик, что в них окажется не менее половины всех яблок, не менее половины всех апельсинов и не менее половины всех бананов.

[Центр педагогического мастерства]
[*2017–2018*] Кружок по математике, 11 класс *30 ноября 2017*

Окружной этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2004-2005, 11 класс, второй день

1. Докажите, что для любого многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами и любого натурального k существует такое натуральное n, что $P(1) + P(2) + \ldots + P(n)$ делится на k.

2. Каждую вершину выпуклого четырехугольника площади S отразили симметрично относительно диагонали, не содержащей эту вершину. Обозначим площадь получившегося четырехугольника через S. Докажите, что $S' < 3S$.

3. Каких точных квадратов, не превосходящих 10^{20}, больше: тех, у которых семнадцатая с конца цифра — 7, или тех, у которых семнадцатая с конца цифра — 8?

4. В 100 ящиках лежат яблоки, апельсины и бананы. Докажите, что можно так выбрать 51 ящик, что в них окажется не менее половины всех яблок, не менее половины всех апельсинов и не менее половины всех бананов.