

Мужик и его сарай

Группа 11-2

02.10.17

1. Дом мужика и его сарай находятся по одну сторону от реки, а лодка мужика, пришвартованная к берегу, равноудалена от дома и сарая. Мужик заметил, что его сарай горит, и побежал по кратчайшей траектории, чтобы зачерпнуть ведро воды и начать тушить пожар. Докажите, что полевой тушканчик может занять такую наблюдательную позицию, что дом, сарай, лодка и место зачерпывания воды будут находиться от него на одинаковом расстоянии.
2. Трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD такова, что $AB = BD$. На стороне AB нашлась такая точка K , что $CK = CD$. Докажите, что четырехугольник $BCDK$ можно вписать в окружность.
3. Пусть I_a — центр вневписанной окружности напротив вершины A треугольника ABC . Докажите, что центр описанной окружности треугольника ACI_a лежит на описанной окружности треугольника ABC .
4. Дан треугольник ABC . На продолжениях сторон AB и CB за точку B взяты точки C_1 и A_1 соответственно так, что $AC = A_1C = AC_1$. Докажите, что описанные окружности треугольников ABA_1 и BBC_1 пересекаются на биссектрисе угла B .
5. Две пожарные машины едут по разным дорогам с одинаковыми скоростями в сторону горящего сарая. Докажите, что полевой тушканчик может занять новую наблюдательную позицию, что в любой момент времени обе пожарные машины будут находиться от него на одинаковом расстоянии.
6. В остроугольном треугольнике ABC проведена биссектриса BB' . Точка N — пересечение описанной окружности треугольника ABB' и внешней биссектрисы угла A , M — пересечение описанной окружности $BB'C$ и внешней биссектрисы угла C . NM пересекает отрезок BB' в точке K . Докажите, что описанные окружности треугольников ANK и CMK пересекаются на BB' .
7. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD , BE и CF , пересекающиеся в точке I . Серединный перпендикуляр к отрезку AD пересекает прямые BE и CF в точках M и N соответственно. Докажите, что точки A , I , M и N лежат на одной окружности.
8. Катя нарисовала на доске неравнобедренный треугольник, описанную около него окружность и отметила центр его вписанной окружности. Пользуясь только линейкой без делений и проведя не больше семи линий, помогите Кате построить диаметр описанной окружности.