

Комбинаторная стереометрия

1. Можно ли намотать нерастяжимую бесконечную ленту на бесконечный конус так, чтобы сделать вокруг его оси бесконечно много оборотов? Ленту нельзя наматывать на вершину конуса, а также разрезать и перекручивать.
2. Верно ли, что для любых четырёх попарно скрещивающихся прямых можно так выбрать по одной точке на каждой из них, чтобы эти точки были вершинами а) трапеции; б) параллелограмма?
3. Пространство разбито на одинаковые кубики. Верно ли, что для каждого из этих кубиков обязательно найдется другой, имеющий с ним общую грань?
4. Существует ли невыпуклый многогранник, вписанный в сферу?
5. В пространстве расположены четыре попарно скрещивающиеся прямые. Верно ли, что всегда можно выбрать одну из них и выдвинуть, не задевая остальные? (*Выдвинуть* означает задать ненулевой вектор пространства, неколлинеарный этой прямой, и непрерывно перемещать прямую вдоль этого вектора).
6. Можно ли замостить всё пространство равными тетраэдрами, все грани которых — прямоугольные треугольники?
7. Существует ли такой выпуклый многогранник с треугольными гранями, в котором не менее пяти вершин, с отмеченной точкой K внутри него такой, что для любой грани ABC найдётся такая его вершина D , что K лежит строго внутри тетраэдра $ABCD$?
8. Можно ли в пространстве расположить 2017 выпуклых многогранников так, чтобы никакие три не имели общих точек и при этом любые два касались? (Два многогранника *касаются*, если имеют общую точку границы, но их внутренности не пересекаются).