10 класс | Разнобой | 10 мая 2018

1. Учитель выдал Пете и Васе два одинаковых набора карточек, на каждой карточке написана цифра от 0 до 9. Петя сложил из всех своих карточек число N, а Вася из всех своих — число M. Может ли сумма чисел M и N равняться $\underbrace{99\ldots9}_{9999}$?

2. На плоскости расположен квадрат, и невидимыми чернилами нанесена точка P. Человек в специальных очках видит точку. Если провести прямую, то он отвечает на вопрос, по какую сторону от неё лежит P (если P лежит на прямой, то он говорит, что P лежит на прямой). Какое наименьшее число таких вопросов необходимо задать, чтобы узнать, лежит ли точка P внутри квадрата?

3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ выполнены равенства $\angle CBD = \angle CAB$, $\angle ACD = \angle ADB$. Докажите, что из отрезков BC, AD и AC можно сложить прямоугольный треугольник.

4. Под одной из клеток доски 8×8 зарыт клад. Под каждой из остальных зарыта табличка, в которой указано, за какое наименьшее число шагов можно добраться из этой клетки до клада (одним шагом можно перейти из клетки в соседнюю по стороне клетку). Какое наименьшее число клеток надо перекопать, чтобы наверняка достать клад?

5. a) Несколько человек в течение 4 минут наблюдали за улиткой. Каждый наблюдал за ней ровно 1 минуту и заметил, что за эту минуту улитка проползла ровно 1 метр. Ни в один момент времени улитка не оставалась без наблюдения. Могла ли улитка проползти 6 метров?
b) Несколько человек в течение t минут наблюдали за улиткой. Каждый наблюдал за ней ровно 1 минуту и заметил, что за эту минуту улитка проползла ровно 1 метр. Ни в один момент времени улитка не оставалась без наблюдения. Какой наименьший и какой наибольший путь могла она проползти за эти t минут?

6. AA_1 и CC_1 — высоты треугольника ABC, в котором $\angle B = 45°$. Точки O и H — центр описанной окружности и ортоцентр треугольника ABC соответствено. Докажите, что прямая OH делит отрезок A_1C_1 пополам.

7. Купец Шмелев организовал угощение для работников своей артели по случаю завершения важного заказа. На угощение пришли 14 плотников и 31 каменщик. Купец хочет раздать поровну пирогов всем плотникам и поровну всем каменщикам (но, возможно, каменщикам и плотникам — разное число пирогов). Оказалось, что раздать все пироги купец может единственным способом. Какое наибольшее число пирогов могло быть у Шмелева? (Каждому из пришедших достался хотя бы один пирог.)

10 класс | Разнобой | 10 мая 2018

1. Учитель выдал Пете и Васе два одинаковых набора карточек, на каждой карточке написана цифра от 0 до 9. Петя сложил из всех своих карточек число N, а Вася из всех своих — число M. Может ли сумма чисел M и N равняться $\underbrace{99\ldots9}_{9999}$?

2. На плоскости расположен квадрат, и невидимыми чернилами нанесена точка P. Человек в специальных очках видит точку. Если провести прямую, то он отвечает на вопрос, по какую сторону от неё лежит P (если P лежит на прямой, то он говорит, что P лежит на прямой). Какое наименьшее число таких вопросов необходимо задать, чтобы узнать, лежит ли точка P внутри квадрата?

3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ выполнены равенства $\angle CBD = \angle CAB$, $\angle ACD = \angle ADB$. Докажите, что из отрезков BC, AD и AC можно сложить прямоугольный треугольник.

4. Под одной из клеток доски 8×8 зарыт клад. Под каждой из остальных зарыта табличка, в которой указано, за какое наименьшее число шагов можно добраться из этой клетки до клада (одним шагом можно перейти из клетки в соседнюю по стороне клетку). Какое наименьшее число клеток надо перекопать, чтобы наверняка достать клад?

5. a) Несколько человек в течение 4 минут наблюдали за улиткой. Каждый наблюдал за ней ровно 1 минуту и заметил, что за эту минуту улитка проползла ровно 1 метр. Ни в один момент времени улитка не оставалась без наблюдения. Могла ли улитка проползти 6 метров?
b) Несколько человек в течение t минут наблюдали за улиткой. Каждый наблюдал за ней ровно 1 минуту и заметил, что за эту минуту улитка проползла ровно 1 метр. Ни в один момент времени улитка не оставалась без наблюдения. Какой наименьший и какой наибольший путь могла она проползти за эти t минут?

6. AA_1 и CC_1 — высоты треугольника ABC, в котором $\angle B = 45°$. Точки O и H — центр описанной окружности и ортоцентр треугольника ABC соответствено. Докажите, что прямая OH делит отрезок A_1C_1 пополам.

7. Купец Шмелев организовал угощение для работников своей артели по случаю завершения важного заказа. На угощение пришли 14 плотников и 31 каменщик. Купец хочет раздать поровну пирогов всем плотникам и поровну всем каменщикам (но, возможно, каменщикам и плотникам — разное число пирогов). Оказалось, что раздать все пироги купец может единственным способом. Какое наибольшее число пирогов могло быть у Шмелева? (Каждому из пришедших достался хотя бы один пирог.)