

*В каждой задаче необходимо явно сформулировать, какая функция непрерывно меняется.*

1. Можно ли в окружность радиуса 1 вписать треугольник периметра 5?
2. Докажите, что в правильный пятиугольник можно так вписать квадрат, что его вершины будут лежать на четырёх сторонах пятиугольника.
3. Существует ли тетраэдр  $ABCD$ , у которого  $AB = CD = 8$ ,  $AC = BD = 10$ ,  $BC = 12$ ,  $AD = 13$ ?
4. Из высот треугольника можно составить треугольник. Верно ли, что из его биссектрис также можно составить треугольник?
5. а) На плоскости проведены три параллельные прямые. Рассматривается центр  $I$  вписанной окружности треугольника, вершины которых расположены (по одной) на этих прямых. Докажите, что  $I$  может располагаться в любой точке полосы, края которой параллельны данным прямым и находятся посередине между средней прямой и крайними (края не включаются в полосу).  
б) Найдите геометрическое место точек  $I$ .
6. Докажите, что у произвольного многоугольника можно поменять углы так, чтобы он стал вписанным. Длины сторон и их последовательность при этом остаются прежними.
7. У выпуклой шестиугольной пирамиды 11 рёбер равны 1. Чему может быть равно последнее ребро?
8. Через точку  $O$  пересечения диагоналей четырёхугольника  $ABCD$  проведена произвольная прямая, пересекающая стороны  $AD$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Докажите, что длина отрезка  $MK$  не превосходит наибольшей из диагоналей четырёхугольника.

*В каждой задаче необходимо явно сформулировать, какая функция непрерывно меняется.*

1. Можно ли в окружность радиуса 1 вписать треугольник периметра 5?
2. Докажите, что в правильный пятиугольник можно так вписать квадрат, что его вершины будут лежать на четырёх сторонах пятиугольника.
3. Существует ли тетраэдр  $ABCD$ , у которого  $AB = CD = 8$ ,  $AC = BD = 10$ ,  $BC = 12$ ,  $AD = 13$ ?
4. Из высот треугольника можно составить треугольник. Верно ли, что из его биссектрис также можно составить треугольник?
5. а) На плоскости проведены три параллельные прямые. Рассматривается центр  $I$  вписанной окружности треугольника, вершины которых расположены (по одной) на этих прямых. Докажите, что  $I$  может располагаться в любой точке полосы, края которой параллельны данным прямым и находятся посередине между средней прямой и крайними (края не включаются в полосу).  
б) Найдите геометрическое место точек  $I$ .
6. Докажите, что у произвольного многоугольника можно поменять углы так, чтобы он стал вписанным. Длины сторон и их последовательность при этом остаются прежними.
7. У выпуклой шестиугольной пирамиды 11 рёбер равны 1. Чему может быть равно последнее ребро?
8. Через точку  $O$  пересечения диагоналей четырёхугольника  $ABCD$  проведена произвольная прямая, пересекающая стороны  $AD$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Докажите, что длина отрезка  $MK$  не превосходит наибольшей из диагоналей четырёхугольника.