

Наивное определение. Функция $f(x)$ называется *непрерывной*, если при малых изменениях x мало изменяется значение функции.

Теорема о промежуточном значении. Непрерывная на отрезке $[a, b]$ функция $f(x)$ принимает все значения между $f(a)$ и $f(b)$.

В каждой задаче необходимо явно сформулировать, какая функция непрерывно меняется.

1. Монах с 8 часов утра до 8 часов вечера поднимался на священную гору. Ночь он провел в молитвах, а на следующий день спускался с горы с 8 утра до 8 вечера по той же дороге. Скорость его оба раза вовсе не была постоянной, иногда он отдыхал, мог и возвращаться за забытой на предыдущем привале вещью. Докажите, что в каком-то месте дороге он в первый и во второй день был ровно в одно и то же время.

2. Дан выпуклый многоугольник и прямая l . Докажите, что существует прямая, параллельная l , которая делит площадь многоугольника пополам.

3. На плоскости дан выпуклый многоугольник и точка A а) вне; б) внутри него. Докажите, что существует прямая, проходящая через точку A , делящая площадь многоугольника пополам.

4. Рассмотрим функцию, непрерывную на окружности. Докажите, что найдётся пара диаметрально противоположных точек, в которых функция принимает одинаковые значения.

5. Докажите, что для любого выпуклого многоугольника существует прямая, которая делит пополам и его площадь, и его периметр.

6. На выпуклом плоском торте лежит выпуклая плоская выпуклая вишенка. Докажите, что существуют две равные параллельные хорды торта, касающиеся вишенки.

7. Есть плоский бутерброд с колбасой (хлеб и колбаса — выпуклые многоугольники). Докажите, что бутерброд можно разрезать на две части так, что в обеих частях будет одинаковое количество и хлеба, и колбасы.

8. Докажите, что апельсин можно разрезать на две части так, чтобы и апельсин, и кожура разрезались пополам.

Наивное определение. Функция $f(x)$ называется *непрерывной*, если при малых изменениях x мало изменяется значение функции.

Теорема о промежуточном значении. Непрерывная на отрезке $[a, b]$ функция $f(x)$ принимает все значения между $f(a)$ и $f(b)$.

В каждой задаче необходимо явно сформулировать, какая функция непрерывно меняется.

1. Монах с 8 часов утра до 8 часов вечера поднимался на священную гору. Ночь он провел в молитвах, а на следующий день спускался с горы с 8 утра до 8 вечера по той же дороге. Скорость его оба раза вовсе не была постоянной, иногда он отдыхал, мог и возвращаться за забытой на предыдущем привале вещью. Докажите, что в каком-то месте дороге он в первый и во второй день был ровно в одно и то же время.

2. Дан выпуклый многоугольник и прямая l . Докажите, что существует прямая, параллельная l , которая делит площадь многоугольника пополам.

3. На плоскости дан выпуклый многоугольник и точка A а) вне; б) внутри него. Докажите, что существует прямая, проходящая через точку A , делящая площадь многоугольника пополам.

4. Рассмотрим функцию, непрерывную на окружности. Докажите, что найдётся пара диаметрально противоположных точек, в которых функция принимает одинаковые значения.

5. Докажите, что для любого выпуклого многоугольника существует прямая, которая делит пополам и его площадь, и его периметр.

6. На выпуклом плоском торте лежит выпуклая плоская выпуклая вишенка. Докажите, что существуют две равные параллельные хорды торта, касающиеся вишенки.

7. Есть плоский бутерброд с колбасой (хлеб и колбаса — выпуклые многоугольники). Докажите, что бутерброд можно разрезать на две части так, что в обеих частях будет одинаковое количество и хлеба, и колбасы.

8. Докажите, что апельсин можно разрезать на две части так, чтобы и апельсин, и кожура разрезались пополам.