

1. В строку выписано 39 чисел, не равных нулю. Сумма любых двух соседних чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна. Каким может быть знак произведения всех чисел?

2. Даны четыре палочки. Оказалось, что из любых трёх из них можно сложить треугольник, при этом площади всех четырёх треугольников равны. Обязательно ли все палочки одинаковой длины?

3. Андрей Степанович каждый день выпивает столько капель валерьянки, сколько в этом месяце уже было солнечных дней (включая текущий день). Иван Петрович каждый пасмурный день выпивает количество капель валерьянки, равное номеру дня в месяце, а в солнечные дни не пьёт. Докажите, что если в апреле ровно половина дней будет пасмурные, а другая половина — солнечные, то Андрей Степанович и Иван Петрович выпьют за месяц поровну валерьянки.

4. Существуют ли такие 2018 положительных несократимых дробей с различными натуральными знаменателями, что знаменатель разности любых двух из них (после приведения к несократимому виду) меньше знаменателя любой из исходных 2018 дробей?

5. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ с попарно непараллельными сторонами. На стороне AD выбирается произвольная точка P , отличная от A и D . Описанные окружности треугольников ABP и CDP вторично пересекаются в точке Q . Докажите, что прямая PQ проходит через фиксированную точку, не зависящую от выбора точки P .

6. В некотором государстве сложение и вычитание обозначаются знаками «!» и «?», но вам неизвестно, какой знак какой операции соответствует. Каждая операция применяется к двум числам, но про вычитание вам неизвестно, вычитается левое число из правого или правое из левого. К примеру, выражение $a ? b$ обозначает одно из следующих: $a - b$, $b - a$ или $a + b$. Вам неизвестно, как записываются числа в этом государстве, но переменные a , b и скобки есть и используются как обычно. Объясните, как с помощью них и знаков «!» и «?» записать выражение, которое гарантированно равно $20a - 18b$.

7. На сторонах выпуклого шестиугольника $ABCDEF$ во внешнюю сторону построены равносторонние треугольники ABC_1 , BCD_1 , CDE_1 , DEF_1 , EFA_1 и FAB_1 . Оказалось, что треугольник $B_1D_1F_1$ — равносторонний. Докажите, что треугольник $A_1C_1E_1$ также равносторонний.

1. В строку выписано 39 чисел, не равных нулю. Сумма любых двух соседних чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна. Каким может быть знак произведения всех чисел?

2. Даны четыре палочки. Оказалось, что из любых трёх из них можно сложить треугольник, при этом площади всех четырёх треугольников равны. Обязательно ли все палочки одинаковой длины?

3. Андрей Степанович каждый день выпивает столько капель валерьянки, сколько в этом месяце уже было солнечных дней (включая текущий день). Иван Петрович каждый пасмурный день выпивает количество капель валерьянки, равное номеру дня в месяце, а в солнечные дни не пьёт. Докажите, что если в апреле ровно половина дней будет пасмурные, а другая половина — солнечные, то Андрей Степанович и Иван Петрович выпьют за месяц поровну валерьянки.

4. Существуют ли такие 2018 положительных несократимых дробей с различными натуральными знаменателями, что знаменатель разности любых двух из них (после приведения к несократимому виду) меньше знаменателя любой из исходных 2018 дробей?

5. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ с попарно непараллельными сторонами. На стороне AD выбирается произвольная точка P , отличная от A и D . Описанные окружности треугольников ABP и CDP вторично пересекаются в точке Q . Докажите, что прямая PQ проходит через фиксированную точку, не зависящую от выбора точки P .

6. В некотором государстве сложение и вычитание обозначаются знаками «!» и «?», но вам неизвестно, какой знак какой операции соответствует. Каждая операция применяется к двум числам, но про вычитание вам неизвестно, вычитается левое число из правого или правое из левого. К примеру, выражение $a ? b$ обозначает одно из следующих: $a - b$, $b - a$ или $a + b$. Вам неизвестно, как записываются числа в этом государстве, но переменные a , b и скобки есть и используются как обычно. Объясните, как с помощью них и знаков «!» и «?» записать выражение, которое гарантированно равно $20a - 18b$.

7. На сторонах выпуклого шестиугольника $ABCDEF$ во внешнюю сторону построены равносторонние треугольники ABC_1 , BCD_1 , CDE_1 , DEF_1 , EFA_1 и FAB_1 . Оказалось, что треугольник $B_1D_1F_1$ — равносторонний. Докажите, что треугольник $A_1C_1E_1$ также равносторонний.