

Факт. Если три линейно движущиеся точки в три различных момента времени оказались лежащими на одной прямой, то они всегда лежат на одной прямой.

1. Прямая Гаусса. На плоскости проведено четыре прямые общего положения. Докажите, что середины трех отрезков, соединяющих точку пересечения двух прямых с точкой пересечения двух оставшихся (и так для трех разбиений прямых на пары), лежат на одной прямой.

2. Из ортоцентра H треугольника ABC опущены перпендикуляры на внутреннюю и внешнюю биссектрисы угла B . Пусть P и Q — основания этих перпендикуляров. Покажите, что PQ делит сторону AC пополам.

3. Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H , точки B_2 и C_2 симметричны B_1 и C_1 относительно CC_1 и BB_1 соответственно. Прямые, перпендикулярные AB и AC и проходящие через точки C_2 и B_2 соответственно, пересекаются в точке X . Докажите, что прямая HX делит BC пополам.

4. Через вершины B и C треугольника ABC проводится окружность, которая второй раз пересекает стороны AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно. Пусть H и H_1 — ортоцентры треугольников ABC и AB_1C_1 . Докажите, что прямые BB_1 , CC_1 , HH_1 пересекаются в одной точке.

5. Докажите, что середины трех отрезков, соединяющих проекции произвольной точки плоскости на пары противоположных сторон или диагоналей вписанного в окружность четырехугольника, лежат на одной прямой.

Факт. Если три линейно движущиеся точки в три различных момента времени оказались лежащими на одной прямой, то они всегда лежат на одной прямой.

1. Прямая Гаусса. На плоскости проведено четыре прямые общего положения. Докажите, что середины трех отрезков, соединяющих точку пересечения двух прямых с точкой пересечения двух оставшихся (и так для трех разбиений прямых на пары), лежат на одной прямой.

2. Из ортоцентра H треугольника ABC опущены перпендикуляры на внутреннюю и внешнюю биссектрисы угла B . Пусть P и Q — основания этих перпендикуляров. Покажите, что PQ делит сторону AC пополам.

3. Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H , точки B_2 и C_2 симметричны B_1 и C_1 относительно CC_1 и BB_1 соответственно. Прямые, перпендикулярные AB и AC и проходящие через точки C_2 и B_2 соответственно, пересекаются в точке X . Докажите, что прямая HX делит BC пополам.

4. Через вершины B и C треугольника ABC проводится окружность, которая второй раз пересекает стороны AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно. Пусть H и H_1 — ортоцентры треугольников ABC и AB_1C_1 . Докажите, что прямые BB_1 , CC_1 , HH_1 пересекаются в одной точке.

5. Докажите, что середины трех отрезков, соединяющих проекции произвольной точки плоскости на пары противоположных сторон или диагоналей вписанного в окружность четырехугольника, лежат на одной прямой.