10 класс **ММО-шный разнобой** 1 марта 2018

1. Квадратный трехчлен x^2+bx+c имеет два действительных корня. Каждый из трех его коэффициентов (включая коэффициент при x^2) увеличили на 1. Могло ли оказаться, что оба корня трехчлена также увеличились на 1?

2. На длинной скамейке сидели мальчик и девочка. К ним по одному подошли еще 20 детей, и каждый из них садился между какими-то двумя уже сидящими. Назовем девочку отважной, если она садилась между двумя соседними мальчиками, а мальчика — отважным, если он садился между двумя соседними девочками. Когда все сели, оказалось, что мальчики и девочки сидят на скамейке, чередуясь. Сколько из них были отважными?

3. В треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и CC_1. Известно, что центр описанной окружности треугольника BB_1C_1 лежит на прямой AC. Найдите угол C треугольника.

4. В турнире по футболу участвует $2n$ команд ($n>1$). В каждом туре команды разбиваются на n пар и команды в каждой паре играют между собой. Так провели $2n-1$ тур по окончании которых каждая команда сыграла с каждой ровно один раз. За победу давалось 3 очка, за ничью 1, за поражение 0 очков. Оказалось, что для каждой команды отношение набранных ею очков к количеству сыгранных ею игр после последнего тура не изменилось. Докажите, что все команды сыграли вничью все партии.

5. Точка O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC. Описанная окружности треугольника AOC вторично пересекает стороны AB и BC в точках E и F. Оказалось, что прямая EF делит площадь треугольника ABC пополам. Найдите угол B.

6. Сумма цифр числа n равна 100. Может ли сумма цифр числа n^3 равняться 100^3?

7. По кругу разложено чётное количество груш. Массы любых двух соседних отличаются не более чем на 1 г. Докажите, что можно все груши объединить в пары и разложить по кругу таким образом, чтобы массы любых двух соседних пар тоже отличались не более чем на 1 г.

8. При каких натуральных n для всякого натурального $k \geqslant n$ найдется число с суммой цифр k, кратное n?

10 класс **ММО-шный разнобой** 1 марта 2018

1. Квадратный трехчлен x^2+bx+c имеет два действительных корня. Каждый из трех его коэффициентов (включая коэффициент при x^2) увеличили на 1. Могло ли оказаться, что оба корня трехчлена также увеличились на 1?

2. На длинной скамейке сидели мальчик и девочка. К ним по одному подошли еще 20 детей, и каждый из них садился между какими-то двумя уже сидящими. Назовем девочку отважной, если она садилась между двумя соседними мальчиками, а мальчика — отважным, если он садился между двумя соседними девочками. Когда все сели, оказалось, что мальчики и девочки сидят на скамейке, чередуясь. Сколько из них были отважными?

3. В треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и CC_1. Известно, что центр описанной окружности треугольника BB_1C_1 лежит на прямой AC. Найдите угол C треугольника.

4. В турнире по футболу участвует $2n$ команд ($n>1$). В каждом туре команды разбиваются на n пар и команды в каждой паре играют между собой. Так провели $2n-1$ тур по окончании которых каждая команда сыграла с каждой ровно один раз. За победу давалось 3 очка, за ничью 1, за поражение 0 очков. Оказалось, что для каждой команды отношение набранных ею очков к количеству сыгранных ею игр после последнего тура не изменилось. Докажите, что все команды сыграли вничью все партии.

5. Точка O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC. Описанная окружности треугольника AOC вторично пересекает стороны AB и BC в точках E и F. Оказалось, что прямая EF делит площадь треугольника ABC пополам. Найдите угол B.

6. Сумма цифр числа n равна 100. Может ли сумма цифр числа n^3 равняться 100^3?

7. По кругу разложено чётное количество груш. Массы любых двух соседних отличаются не более чем на 1 г. Докажите, что можно все груши объединить в пары и разложить по кругу таким образом, чтобы массы любых двух соседних пар тоже отличались не более чем на 1 г.

8. При каких натуральных n для всякого натурального $k \geqslant n$ найдется число с суммой цифр k, кратное n?