

1. Некоторая окружность с центром в точке I пересечения биссектрис треугольника ABC пересекает стороны треугольника в точках $A_B, A_C, B_C, B_A, C_A, C_B$ (обозначения: точка X_Y лежит на стороне напротив вершины X и ближе к точке Y). Докажите, что прямая, соединяющая A с точкой пересечения $C_B A_B$ и $B_C A_C$, делит отрезок $A_B A_C$ пополам.

2. Внеписанные окружности касаются сторон AB, AC треугольника ABC в точках C_1, B_1 соответственно. Докажите, что прямая, соединяющая середины BC и $B_1 C_1$, параллельна биссектрисе угла A .

3. Через точки касания внеписанных окружностей со сторонами треугольника провели прямые, параллельные биссектрисам соответствующих углов. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.

4. O — центр описанной окружности треугольника ABC . На луче AO выбрана произвольная точка P . Описанные окружности треугольников APB и APC пересекают прямые AC и AB в точках B_1 и C_1 соответственно. Докажите, что середина $B_1 C_1$ равноудалена от точек B и C .

5. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ ($\angle A < 90^\circ$) отмечена точка T так, что треугольник ATD — остроугольный. Пусть O_1, O_2 и O_3 — центры описанных окружностей треугольников ABT, DAT и CDT соответственно. Докажите, что точка пересечения высот треугольника $O_1 O_2 O_3$ лежит на прямой AD .

1. Некоторая окружность с центром в точке I пересечения биссектрис треугольника ABC пересекает стороны треугольника в точках $A_B, A_C, B_C, B_A, C_A, C_B$ (обозначения: точка X_Y лежит на стороне напротив вершины X и ближе к точке Y). Докажите, что прямая, соединяющая A с точкой пересечения $C_B A_B$ и $B_C A_C$, делит отрезок $A_B A_C$ пополам.

2. Внеписанные окружности касаются сторон AB, AC треугольника ABC в точках C_1, B_1 соответственно. Докажите, что прямая, соединяющая середины BC и $B_1 C_1$, параллельна биссектрисе угла A .

3. Через точки касания внеписанных окружностей со сторонами треугольника провели прямые, параллельные биссектрисам соответствующих углов. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.

4. O — центр описанной окружности треугольника ABC . На луче AO выбрана произвольная точка P . Описанные окружности треугольников APB и APC пересекают прямые AC и AB в точках B_1 и C_1 соответственно. Докажите, что середина $B_1 C_1$ равноудалена от точек B и C .

5. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ ($\angle A < 90^\circ$) отмечена точка T так, что треугольник ATD — остроугольный. Пусть O_1, O_2 и O_3 — центры описанных окружностей треугольников ABT, DAT и CDT соответственно. Докажите, что точка пересечения высот треугольника $O_1 O_2 O_3$ лежит на прямой AD .