

1. 2018 джентльменов собрались на приём. Каждый пришёл в шляпе и снял её на входе. Уходили они по одному, и каждый надевал любую шляпу, которая на него належала. Если шляпы не было, то джентльмен уходил без шляпы. Какое наибольшее число джентльменов могло уйти без шляпы?

2. В компании пять эльфов, пять гномов и один хоббит. У каждого эльфа по семь знакомых в этой компании, а у каждого гнома — по два. Сколько знакомых в этой компании у хоббита?

3. Алексей отметил на доске 8×8 несколько клеток и разрешил королю ходить только по отмеченным клеткам. Затем Алексей выбрал две отмеченные клетки и сообщил Николаю минимально возможное число ходов короля от одной до другой. Какие числа мог услышать Николай?

4. В дереве степени всех вершин нечетные. Докажите, что не меньше половины вершин — висячие.

5. В клетках таблицы $n \times n$ стоят плюсы и минусы. За один ход разрешается в произвольной строке или в произвольном столбце поменять все знаки на противоположные. Известно, что из начальной расстановки можно получить такую, при которой во всех ячейках стоят плюсы. Докажите, что этого можно добиться не более чем за n ходов.

6. На шахматную доску поставлены 11 коней так, что никакие два не бьют друг друга. Докажите, что на ту же доску можно поставить еще одного коня с сохранением этого свойства.

7. Докажите, что ни для какого $n > 2$ в трехмерном пространстве не существует последовательности правильных тетраэдров T_1, T_2, \dots, T_n такой, что любые два последовательных тетраэдра имеют общую грань, T_1 и T_n также имеют общую грань, и никакие два тетраэдра не совпадают.

1. 2018 джентльменов собрались на приём. Каждый пришёл в шляпе и снял её на входе. Уходили они по одному, и каждый надевал любую шляпу, которая на него належала. Если шляпы не было, то джентльмен уходил без шляпы. Какое наибольшее число джентльменов могло уйти без шляпы?

2. В компании пять эльфов, пять гномов и один хоббит. У каждого эльфа по семь знакомых в этой компании, а у каждого гнома — по два. Сколько знакомых в этой компании у хоббита?

3. Алексей отметил на доске 8×8 несколько клеток и разрешил королю ходить только по отмеченным клеткам. Затем Алексей выбрал две отмеченные клетки и сообщил Николаю минимально возможное число ходов короля от одной до другой. Какие числа мог услышать Николай?

4. В дереве степени всех вершин нечетные. Докажите, что не меньше половины вершин — висячие.

5. В клетках таблицы $n \times n$ стоят плюсы и минусы. За один ход разрешается в произвольной строке или в произвольном столбце поменять все знаки на противоположные. Известно, что из начальной расстановки можно получить такую, при которой во всех ячейках стоят плюсы. Докажите, что этого можно добиться не более чем за n ходов.

6. На шахматную доску поставлены 11 коней так, что никакие два не бьют друг друга. Докажите, что на ту же доску можно поставить еще одного коня с сохранением этого свойства.

7. Докажите, что ни для какого $n > 2$ в трехмерном пространстве не существует последовательности правильных тетраэдров T_1, T_2, \dots, T_n такой, что любые два последовательных тетраэдра имеют общую грань, T_1 и T_n также имеют общую грань, и никакие два тетраэдра не совпадают.