

В ушастых задачах часто (но не всегда) помогает сделать один или несколько поворотов.

1. На сторонах остроугольного треугольника ABC во внешнюю сторону построены правильные треугольники ABC_1 , BCA_1 , ACB_1 .

- Докажите, что длины отрезков AA_1 , BB_1 и CC_1 равны.
- Докажите, что описанные окружности этих треугольников пересекаются в одной точке.
- Докажите, что отрезки AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в одной точке T .
- Докажите, что сумма расстояний от точки X до вершин треугольника минимальна тогда и только тогда, когда $X = T$.
- Докажите, что центры построенных треугольников образуют правильный треугольник.
- Докажите, что отрезки, соединяющие вершины треугольника ABC с центрами соответствующих правильных треугольников, пересекаются в одной точке.
- Докажите, что прямая, соединяющая точку A с центром треугольника BCA_1 , перпендикулярна прямой B_1C_1 .

2. На сторонах AB и AC остроугольного треугольника ABC построены квадраты $ABPQ$ и $ACMN$.

- Докажите, что медиана треугольника ABC , проведённая из вершины A , перпендикулярна прямой QN .
- Докажите, что центры квадратов и середины отрезков BC и QN образуют квадрат.
- Пусть X — центр квадрата, построенного на стороне BC вовне треугольника ABC . Докажите, что отрезки AH , PM , QC , BN пересекаются в одной точке.
- Проведём через точки P и M перпендикуляры к прямым AC и AB соответственно. Докажите, что их точка пересечения лежит на высоте треугольника ABC , проведённой из вершины A .
- Докажите, что отрезки BM и CP пересекаются на высоте треугольника ABC , проведённой из вершины A .

3. На сторонах параллелограмма во внешнюю сторону построены квадраты. Докажите, что их центры образуют квадрат.

В ушастых задачах часто (но не всегда) помогает сделать один или несколько поворотов.

1. На сторонах остроугольного треугольника ABC во внешнюю сторону построены правильные треугольники ABC_1 , BCA_1 , ACB_1 .

- Докажите, что длины отрезков AA_1 , BB_1 и CC_1 равны.
- Докажите, что описанные окружности этих треугольников пересекаются в одной точке.
- Докажите, что отрезки AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в одной точке T .
- Докажите, что сумма расстояний от точки X до вершин треугольника минимальна тогда и только тогда, когда $X = T$.
- Докажите, что центры построенных треугольников образуют правильный треугольник.
- Докажите, что отрезки, соединяющие вершины треугольника ABC с центрами соответствующих правильных треугольников, пересекаются в одной точке.
- Докажите, что прямая, соединяющая точку A с центром треугольника BCA_1 , перпендикулярна прямой B_1C_1 .

2. На сторонах AB и AC остроугольного треугольника ABC построены квадраты $ABPQ$ и $ACMN$.

- Докажите, что медиана треугольника ABC , проведённая из вершины A , перпендикулярна прямой QN .
- Докажите, что центры квадратов и середины отрезков BC и QN образуют квадрат.
- Пусть X — центр квадрата, построенного на стороне BC вовне треугольника ABC . Докажите, что отрезки AH , PM , QC , BN пересекаются в одной точке.
- Проведём через точки P и M перпендикуляры к прямым AC и AB соответственно. Докажите, что их точка пересечения лежит на высоте треугольника ABC , проведённой из вершины A .
- Докажите, что отрезки BM и CP пересекаются на высоте треугольника ABC , проведённой из вершины A .

3. На сторонах параллелограмма во внешнюю сторону построены квадраты. Докажите, что их центры образуют квадрат.