

1. Внутри равнобокой трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD расположена окружность ω с центром I , касающаяся отрезков AB , CD и DA . Окружность, описанная около треугольника BIC , вторично пересекает сторону AB в точке E . Докажите, что прямая CE касается окружности ω .

2. Окружность с центром в точке I вписана в четырёхугольник $ABCD$. Лучи BA и CD пересекаются в точке P , а лучи AD и BC пересекаются в точке Q . Известно, что точка P лежит на окружности ω , описанной около треугольника AIC . Докажите, что точка Q тоже лежит на окружности ω .

3. Две окружности пересекаются в точках P и Q . Третья окружность с центром в точке P пересекает первую в точках A и B , а вторую — в точках C и D . Докажите, что углы AQD и BQC равны.

4. Вписанная окружность треугольника ABC касается его сторон AB и BC в точках C_1 и A_1 соответственно. Биссектриса угла A пересекает прямую A_1C_1 в точке X . Докажите, что $\angle AXC = 90^\circ$.

5. На окружности ω с центром в точке O лежат точки A и B , на хорде AB выбрана точка X . Прямая, проходящая через точку X перпендикулярно OX , пересекает касательные к ω , проведённые в точках A и B , в точках C и D . Докажите, что $CX = DX$.

6. Окружность пересекает каждую сторону ромба в двух точках и делит её на три отрезка. Обойдём контур ромба, начав с какой-нибудь вершины, по часовой стрелке, и покрасим три отрезка каждой стороны последовательно в белый, синий и красный цвета. Докажите, что сумма длин белых отрезков равна сумме длин красных отрезков.

7. Окружность ω описана около остроугольного треугольника ABC . На стороне AB выбрана точка D , а на стороне BC — точка E так, что $AC \parallel DE$. Точки P и Q на меньшей дуге AC окружности ω таковы, что $DP \parallel EQ$. Лучи QA и PC пересекают прямую DE в точках X и Y соответственно. Докажите, что $\angle XBY + \angle PBQ = 180^\circ$.

1. Внутри равнобокой трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD расположена окружность ω с центром I , касающаяся отрезков AB , CD и DA . Окружность, описанная около треугольника BIC , вторично пересекает сторону AB в точке E . Докажите, что прямая CE касается окружности ω .

2. Окружность с центром в точке I вписана в четырёхугольник $ABCD$. Лучи BA и CD пересекаются в точке P , а лучи AD и BC пересекаются в точке Q . Известно, что точка P лежит на окружности ω , описанной около треугольника AIC . Докажите, что точка Q тоже лежит на окружности ω .

3. Две окружности пересекаются в точках P и Q . Третья окружность с центром в точке P пересекает первую в точках A и B , а вторую — в точках C и D . Докажите, что углы AQD и BQC равны.

4. Вписанная окружность треугольника ABC касается его сторон AB и BC в точках C_1 и A_1 соответственно. Биссектриса угла A пересекает прямую A_1C_1 в точке X . Докажите, что $\angle AXC = 90^\circ$.

5. На окружности ω с центром в точке O лежат точки A и B , на хорде AB выбрана точка X . Прямая, проходящая через точку X перпендикулярно OX , пересекает касательные к ω , проведённые в точках A и B , в точках C и D . Докажите, что $CX = DX$.

6. Окружность пересекает каждую сторону ромба в двух точках и делит её на три отрезка. Обойдём контур ромба, начав с какой-нибудь вершины, по часовой стрелке, и покрасим три отрезка каждой стороны последовательно в белый, синий и красный цвета. Докажите, что сумма длин белых отрезков равна сумме длин красных отрезков.

7. Окружность ω описана около остроугольного треугольника ABC . На стороне AB выбрана точка D , а на стороне BC — точка E так, что $AC \parallel DE$. Точки P и Q на меньшей дуге AC окружности ω таковы, что $DP \parallel EQ$. Лучи QA и PC пересекают прямую DE в точках X и Y соответственно. Докажите, что $\angle XBY + \angle PBQ = 180^\circ$.