10 класс | Графы | 11 декабря 2017

1. В классе учатся 30 человек. Причем каждый дружит хотя бы с 15 другими. Докажите, что среди них можно выбрать четверых и посадить их за круглый стол так, что каждый сидит рядом со своими друзьями.

2. В 10"М" классе учится 25 ребят. Известно, что среди любых четверых из них найдется по крайней мере один, который дружит с тремя остальными. Докажите, что найдется такой школьник, который дружит со всеми остальными одноклассниками.

3. На тренинг по личностному росту пришло 30 человек. Оказалось, что любых пятерых можно посадить за круглый стол с условием, чтобы рядом сидящие были знакомы. Какое минимальное количество пар знакомых может присутствовать на тренинге?

4. В связном графе $n > 5$ вершин и $2n-1$ ребро. Докажите, что в нём можно найти простой цикл, после уничтожения всех рёбер которого граф не потеряет связность.

5. В стране n городов. Между каждыми двумя из них проложена либо автомобильная, либо железная дорога. Турист хочет объехать страну, побывав в каждом городе ровно один раз, и вернуться в город, с которого он начинал путешествие. Докажите, что турист может выбрать город, с которого он начнет путешествие, и маршрут так, что ему придётся поменять вид транспорта не более одного раза.

6. В стране $2n$ городов, причём от каждого из них выходит не менее n дорог (каждая дорога соединяет два города, между каждыми двумя городами — не более одной дороги). Докажите, что если закрыть любые $n-1$ дорогу, то из любого города можно будет по дорогам добраться до любого другого.

7. Связный граф G имеет n вершин одинаковой ненулевой степени. Докажите, что в нём можно выделить не менее $\frac{n}{3}$ непересекающихся рёбер.

10 класс | Графы | 11 декабря 2017

1. В классе учатся 30 человек. Причем каждый дружит хотя бы с 15 другими. Докажите, что среди них можно выбрать четверых и посадить их за круглый стол так, что каждый сидит рядом со своими друзьями.

2. В 10"М" классе учится 25 ребят. Известно, что среди любых четверых из них найдется по крайней мере один, который дружит с тремя остальными. Докажите, что найдется такой школьник, который дружит со всеми остальными одноклассниками.

3. На тренинг по личностному росту пришло 30 человек. Оказалось, что любых пятерых можно посадить за круглый стол с условием, чтобы рядом сидящие были знакомы. Какое минимальное количество пар знакомых может присутствовать на тренинге?

4. В связном графе $n > 5$ вершин и $2n-1$ ребро. Докажите, что в нём можно найти простой цикл, после уничтожения всех рёбер которого граф не потеряет связность.

5. В стране n городов. Между каждыми двумя из них проложена либо автомобильная, либо железная дорога. Турист хочет объехать страну, побывав в каждом городе ровно один раз, и вернуться в город, с которого он начинал путешествие. Докажите, что турист может выбрать город, с которого он начнет путешествие, и маршрут так, что ему придётся поменять вид транспорта не более одного раза.

6. В стране $2n$ городов, причём от каждого из них выходит не менее n дорог (каждая дорога соединяет два города, между каждыми двумя городами — не более одной дороги). Докажите, что если закрыть любые $n-1$ дорогу, то из любого города можно будет по дорогам добраться до любого другого.

7. Связный граф G имеет n вершин одинаковой ненулевой степени. Докажите, что в нём можно выделить не менее $\frac{n}{3}$ непересекающихся рёбер.