

Соглашение. Если в задаче говорится, что плоскость (пространство, прямая и т. п.) окрашена в n цветов, то имеется в виду, что каждая точка окрашена в один из n цветов, причём каждым из этих n цветов окрашена хотя бы одна точка плоскости (пространства, прямой и т. п.).

1. Плоскость (соответственно пространство) окрашена в два (соответственно в три) цвета. Докажите, что найдутся две точки

а) одного цвета;

б) разных цветов,

расстояние между которыми равно 1.

2. Прямая окрашена в два цвета. Докажите, что найдётся отрезок, оба конца и середина которого окрашены в один и тот же цвет.

3. Можно ли раскрасить плоскость (соответственно пространство) в три (соответственно в четыре) цвета так, чтобы любая прямая (соответственно плоскость) оказалась окрашена ровно в два (соответственно ровно в три) цвета?

4. Докажите, что на плоскости найдётся прямоугольник вершины которого окрашены в один цвет, если

а) плоскость окрашена в два цвета; б) плоскость окрашена в n цветов.

5. Плоскость окрашена в три цвета. Докажите, что найдётся прямоугольный треугольник с вершинами трех разных цветов.

6. а) Плоскость окрашена в три цвета. Докажите, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми равно 1.

б*) Плоскость окрашена в четыре цвета. Верно ли, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми равно 1?

7. Раскрасьте плоскость в семь цветов так, чтобы любые две точки, расстояние между которыми равно 1, оказались окрашенными в разные цвета.

8. Пространство окрашено в пять цветов. Докажите, что найдется

а) плоскость, окрашенная не менее, чем в 4 цвета;

б) прямая, окрашенная не менее, чем в 3 цвета.

Соглашение. Если в задаче говорится, что плоскость (пространство, прямая и т. п.) окрашена в n цветов, то имеется в виду, что каждая точка окрашена в один из n цветов, причём каждым из этих n цветов окрашена хотя бы одна точка плоскости (пространства, прямой и т. п.).

1. Плоскость (соответственно пространство) окрашена в два (соответственно в три) цвета. Докажите, что найдутся две точки

а) одного цвета;

б) разных цветов,

расстояние между которыми равно 1.

2. Прямая окрашена в два цвета. Докажите, что найдётся отрезок, оба конца и середина которого окрашены в один и тот же цвет.

3. Можно ли раскрасить плоскость (соответственно пространство) в три (соответственно в четыре) цвета так, чтобы любая прямая (соответственно плоскость) оказалась окрашена ровно в два (соответственно ровно в три) цвета?

4. Докажите, что на плоскости найдётся прямоугольник вершины которого окрашены в один цвет, если

а) плоскость окрашена в два цвета; б) плоскость окрашена в n цветов.

5. Плоскость окрашена в три цвета. Докажите, что найдётся прямоугольный треугольник с вершинами трех разных цветов.

6. а) Плоскость окрашена в три цвета. Докажите, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми равно 1.

б*) Плоскость окрашена в четыре цвета. Верно ли, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми равно 1?

7. Раскрасьте плоскость в семь цветов так, чтобы любые две точки, расстояние между которыми равно 1, оказались окрашенными в разные цвета.

8. Пространство окрашено в пять цветов. Докажите, что найдется

а) плоскость, окрашенная не менее, чем в 4 цвета;

б) прямая, окрашенная не менее, чем в 3 цвета.