10 класс | Разнобой | 30 ноября 2017

1. Найдите все такие натуральные n, при которых 3^n+5^n делится на $3^{n-1}+5^{n-1}$.

2. Квадратный трёхчлен $P(x)$ с единичным старшим коэффициентом таков, что $P(x)$ и $P(P(P(x)))$ имеют общий корень. Докажите, что $P(0)\cdot P(1)=0$.

3. $m>1$ рэперов перепели $n>1$ треков Вити АК-47. Все рэперы перепели разное число треков, все треки были перепеты разным числом рэперов. Докажите, что один из рэперов перепел ровно один трек.

4. По ветке ползет улитка со скоростью 1 мм/с, а ветка, в свою очередь, растет со скоростью 1 м/с (ветка растет равномерно, середина, например, удаляется от конов со скоростью 0,5 м/с). Может ли улитка проползти всю ветку?

5. Окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках P и Q. Прямая l пересекает ω_1 в точках A и C, а ω_2 — в точках B и D, причём на прямой l точки лежат в следующем порядке: A, B, C, D. Докажите, что $\angle APB=\angle CQD$.

6. Найти максимальное значение выражения

$$x_1+x_2+\ldots+x_{2018}-x_1x_2-x_2x_3-\ldots-x_{2018}x_1,$$

где $x_i\in[0;1]$ для любого i.

7. Игра «2048» происходит на поле 4×4. Перед каждым ходом игрока на случайной свободной клетке появлятся плитка номинала 2 или 4. Своим ходом игрок может скинуть все плитки в одну из четырех сторон. Если при этом одна плитка налетает на другую плитку того же номинала, то они соединяются в одну плитку, номинал которой равен сумме номиналов этих плиток. Если при нажатии местоположение плиток не меняется, то ход считается не совершенным. За каждое соединение очки игрока увеличиваются на номинал полученной плитки. Игра заканчивается, когда игрок не может совершить ход.
a) Какую наибольшую степень двойки можно получить в игре «2048»?
b) Какое наибольшее число очков можно получить в игре «2048»?
c) Какое наибольшее число ходов можно сделать в игре «2048»?

10 класс | Разнобой | 30 ноября 2017

1. Найдите все такие натуральные n, при которых 3^n+5^n делится на $3^{n-1}+5^{n-1}$.

2. Квадратный трёхчлен $P(x)$ с единичным старшим коэффициентом таков, что $P(x)$ и $P(P(P(x)))$ имеют общий корень. Докажите, что $P(0)\cdot P(1)=0$.

3. $m>1$ рэперов перепели $n>1$ треков Вити АК-47. Все рэперы перепели разное число треков, все треки были перепеты разным числом рэперов. Докажите, что один из рэперов перепел ровно один трек.

4. По ветке ползет улитка со скоростью 1 мм/с, а ветка, в свою очередь, растет со скоростью 1 м/с (ветка растет равномерно, середина, например, удаляется от конов со скоростью 0,5 м/с). Может ли улитка проползти всю ветку?

5. Окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках P и Q. Прямая l пересекает ω_1 в точках A и C, а ω_2 — в точках B и D, причём на прямой l точки лежат в следующем порядке: A, B, C, D. Докажите, что $\angle APB=\angle CQD$.

6. Найти максимальное значение выражения

$$x_1+x_2+\ldots+x_{2018}-x_1x_2-x_2x_3-\ldots-x_{2018}x_1,$$

где $x_i\in[0;1]$ для любого i.

7. Игра «2048» происходит на поле 4×4. Перед каждым ходом игрока на случайной свободной клетке появлятся плитка номинала 2 или 4. Своим ходом игрок может скинуть все плитки в одну из четырех сторон. Если при этом одна плитка налетает на другую плитку того же номинала, то они соединяются в одну плитку, номинал которой равен сумме номиналов этих плиток. Если при нажатии местоположение плиток не меняется, то ход считается не совершенным. За каждое соединение очки игрока увеличиваются на номинал полученной плитки. Игра заканчивается, когда игрок не может совершить ход.
a) Какую наибольшую степень двойки можно получить в игре «2048»?
b) Какое наибольшее число очков можно получить в игре «2048»?
c) Какое наибольшее число ходов можно сделать в игре «2048»?