

0. Существуют ли 2017 различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых делится суммой всех чисел?

1. Существуют ли 2017 различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых делится на их сумму?

2. Докажите, что существует бесконечно много арифметических прогрессий, состоящих из 2016 различных натуральных чисел таких, что в каждой из них произведение всех членов является точной 2017-й степенью.

3. Существует ли арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_{2017}$ с ненулевой разностью такая, что каждый её член имеет вид $\frac{1}{n}$ для некоторого натурального n ?

4. Натуральные числа a, b, c таковы, что $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 2017$. Обязательно ли число abc является точным квадратом?

5. Существуют ли натуральные числа a, b, c , большие миллиарда, такие, что их произведение делится на любое из них, увеличенное на 2017?

6. Представимо ли число 2016^{2017} в виде суммы кубов четырёх различных натуральных чисел?

7. а) Существуют ли натуральные a, b, c такие, что $a^{2015} + b^{2016} = c^{2017}$?

б) Существуют ли натуральные a, b, c (причём a – нечётное) такие, что $a^{2016} + b^{2016} = c^{2017}$?

8. Существуют ли натуральные числа $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{2017}$ такие, что

$$\text{НОК}(a_1, a_2) > \text{НОК}(a_2, a_3) > \dots > \text{НОК}(a_{2016}, a_{2017})?$$

0. Существуют ли 2017 различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых делится суммой всех чисел?

1. Существуют ли 2017 различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых делится на их сумму?

2. Докажите, что существует бесконечно много арифметических прогрессий, состоящих из 2016 различных натуральных чисел таких, что в каждой из них произведение всех членов является точной 2017-й степенью.

3. Существует ли арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_{2017}$ с ненулевой разностью такая, что каждый её член имеет вид $\frac{1}{n}$ для некоторого натурального n ?

4. Натуральные числа a, b, c таковы, что $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 2017$. Обязательно ли число abc является точным квадратом?

5. Существуют ли натуральные числа a, b, c , большие миллиарда, такие, что их произведение делится на любое из них, увеличенное на 2017?

6. Представимо ли число 2016^{2017} в виде суммы кубов четырёх различных натуральных чисел?

7. а) Существуют ли натуральные a, b, c такие, что $a^{2015} + b^{2016} = c^{2017}$?

б) Существуют ли натуральные a, b, c (причём a – нечётное) такие, что $a^{2016} + b^{2016} = c^{2017}$?

8. Существуют ли натуральные числа $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{2017}$ такие, что

$$\text{НОК}(a_1, a_2) > \text{НОК}(a_2, a_3) > \dots > \text{НОК}(a_{2016}, a_{2017})?$$