

1. В графе любые два цикла нечётной длины имеют хотя бы одну общую вершину. В какое наименьшее количество цветов можно гарантированно раскрасить его вершины правильным образом?

2. Детектив Ниро Вульф расследует преступление. В деле замешаны  $n$  человек, среди которых один — преступник, ещё один — свидетель преступления (но неизвестно, кто это). Каждый день детектив может пригласить к себе одного или нескольких из этих  $n$  человек, и если среди приглашённых есть свидетель, но нет преступника, то свидетель сообщит, кто преступник. За какое наименьшее количество дней детектив заведомо сможет раскрыть преступление?

3. Есть 19 камней, среди которых 2 радиоактивных. За один вопрос можно узнать про любой набор камней, есть ли в нём радиоактивный.

а) За какое наименьшее количество вопросов можно найти оба радиоактивных камня?

б) Тот же вопрос, если за раз можно проверять не более 4 камней.

4. В стране 64 города, некоторые пары из них соединены дорогой, но нам неизвестно, какие именно. Мы можем выбрать любую пару городов и получить ответ на вопрос, есть ли дорога между ними. Мы хотим узнать, можно ли в этой стране добраться от любого города до любого другого, двигаясь по дорогам. За какое наименьшее количество вопросов это можно гарантированно сделать?

5. Авиакомпания обслуживает рейсы между 2018 городами и хочет разбить свою сеть на несколько регионов так, чтобы не было бы рейса внутри региона. Оказалось, что меньше, чем на 50 регионов разбить нельзя, причём разбиение на 50 регионов единственное. Какое наименьшее количество рейсов может обслуживать авиакомпания?

6. Петя загадал перестановку  $f$  на  $2018^{2018}$  элементах. За один вопрос Вася может назвать произвольное множество элементов  $S$ , а Петя в ответ назовёт множество  $f(S) \cap S$ . Докажите, что Вася

а) сможет узнать перестановку за 45000 вопросов;

б) сможет узнать перестановку за 42000 вопросов;

в) не сможет узнать перестановку за 41000 вопросов.

1. В графе любые два цикла нечётной длины имеют хотя бы одну общую вершину. В какое наименьшее количество цветов можно гарантированно раскрасить его вершины правильным образом?

2. Детектив Ниро Вульф расследует преступление. В деле замешаны  $n$  человек, среди которых один — преступник, ещё один — свидетель преступления (но неизвестно, кто это). Каждый день детектив может пригласить к себе одного или нескольких из этих  $n$  человек, и если среди приглашённых есть свидетель, но нет преступника, то свидетель сообщит, кто преступник. За какое наименьшее количество дней детектив заведомо сможет раскрыть преступление?

3. Есть 19 камней, среди которых 2 радиоактивных. За один вопрос можно узнать про любой набор камней, есть ли в нём радиоактивный.

а) За какое наименьшее количество вопросов можно найти оба радиоактивных камня?

б) Тот же вопрос, если за раз можно проверять не более 4 камней.

4. В стране 64 города, некоторые пары из них соединены дорогой, но нам неизвестно, какие именно. Мы можем выбрать любую пару городов и получить ответ на вопрос, есть ли дорога между ними. Мы хотим узнать, можно ли в этой стране добраться от любого города до любого другого, двигаясь по дорогам. За какое наименьшее количество вопросов это можно гарантированно сделать?

5. Авиакомпания обслуживает рейсы между 2018 городами и хочет разбить свою сеть на несколько регионов так, чтобы не было бы рейса внутри региона. Оказалось, что меньше, чем на 50 регионов разбить нельзя, причём разбиение на 50 регионов единственное. Какое наименьшее количество рейсов может обслуживать авиакомпания?

6. Петя загадал перестановку  $f$  на  $2018^{2018}$  элементах. За один вопрос Вася может назвать произвольное множество элементов  $S$ , а Петя в ответ назовёт множество  $f(S) \cap S$ . Докажите, что Вася

а) сможет узнать перестановку за 45000 вопросов;

б) сможет узнать перестановку за 42000 вопросов;

в) не сможет узнать перестановку за 41000 вопросов.