10 класс | **Письменные задачи** | 8 февраля 2018

1. В некоторые 16 клеток доски 8×8 поставили по ладье. Какое наименьшее количество пар бьющих друг друга ладей могло при этом оказаться?

2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA' и BB'. На дуге ACB описанной окружности треугольника ABC выбрана точка D. Пусть прямые AA' и BD пересекаются в точке P, а прямые BB' и AD пересекаются в точке Q. Докажите, что прямая $A'B'$ проходит через середину отрезка PQ.

3. В последовательности натуральных чисел $\{a_n\}$, $n = 1, 2, \ldots$, каждое натуральное число встречается хотя бы один раз, и для любых различных n и m выполнено неравенство $\frac{1}{1998} < \frac{|a_n - a_m|}{|n-m|} < 1998$. Докажите, что тогда $|a_n - n| < 2000000$ для всех натуральных n.

4. На бесконечном белом листе клетчатой бумаги конечное число клеток окрашено в чёрный цвет так, что у каждой чёрной клетки чётное число (0, 2 или 4) белых клеток, соседних с ней по стороне. Докажите, что каждую белую клетку можно покрасить в красный или зелёный цвет так, чтобы у каждой чёрной клетки стало поровну красных и зелёных клеток, соседних с ней по стороне.

10 класс | **Письменные задачи** | 8 февраля 2018

1. В некоторые 16 клеток доски 8×8 поставили по ладье. Какое наименьшее количество пар бьющих друг друга ладей могло при этом оказаться?

2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA' и BB'. На дуге ACB описанной окружности треугольника ABC выбрана точка D. Пусть прямые AA' и BD пересекаются в точке P, а прямые BB' и AD пересекаются в точке Q. Докажите, что прямая $A'B'$ проходит через середину отрезка PQ.

3. В последовательности натуральных чисел $\{a_n\}$, $n = 1, 2, \ldots$, каждое натуральное число встречается хотя бы один раз, и для любых различных n и m выполнено неравенство $\frac{1}{1998} < \frac{|a_n - a_m|}{|n-m|} < 1998$. Докажите, что тогда $|a_n - n| < 2000000$ для всех натуральных n.

4. На бесконечном белом листе клетчатой бумаги конечное число клеток окрашено в чёрный цвет так, что у каждой чёрной клетки чётное число (0, 2 или 4) белых клеток, соседних с ней по стороне. Докажите, что каждую белую клетку можно покрасить в красный или зелёный цвет так, чтобы у каждой чёрной клетки стало поровну красных и зелёных клеток, соседних с ней по стороне.

10 класс | **Письменные задачи** | 8 февраля 2018

1. В некоторые 16 клеток доски 8×8 поставили по ладье. Какое наименьшее количество пар бьющих друг друга ладей могло при этом оказаться?

2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA' и BB'. На дуге ACB описанной окружности треугольника ABC выбрана точка D. Пусть прямые AA' и BD пересекаются в точке P, а прямые BB' и AD пересекаются в точке Q. Докажите, что прямая $A'B'$ проходит через середину отрезка PQ.

3. В последовательности натуральных чисел $\{a_n\}$, $n = 1, 2, \ldots$, каждое натуральное число встречается хотя бы один раз, и для любых различных n и m выполнено неравенство $\frac{1}{1998} < \frac{|a_n - a_m|}{|n-m|} < 1998$. Докажите, что тогда $|a_n - n| < 2000000$ для всех натуральных n.

4. На бесконечном белом листе клетчатой бумаги конечное число клеток окрашено в чёрный цвет так, что у каждой чёрной клетки чётное число (0, 2 или 4) белых клеток, соседних с ней по стороне. Докажите, что каждую белую клетку можно покрасить в красный или зелёный цвет так, чтобы у каждой чёрной клетки стало поровну красных и зелёных клеток, соседних с ней по стороне.

10 класс | **Письменные задачи** | 8 февраля 2018

1. В некоторые 16 клеток доски 8×8 поставили по ладье. Какое наименьшее количество пар бьющих друг друга ладей могло при этом оказаться?

2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA' и BB'. На дуге ACB описанной окружности треугольника ABC выбрана точка D. Пусть прямые AA' и BD пересекаются в точке P, а прямые BB' и AD пересекаются в точке Q. Докажите, что прямая $A'B'$ проходит через середину отрезка PQ.

3. В последовательности натуральных чисел $\{a_n\}$, $n = 1, 2, \ldots$, каждое натуральное число встречается хотя бы один раз, и для любых различных n и m выполнено неравенство $\frac{1}{1998} < \frac{|a_n - a_m|}{|n-m|} < 1998$. Докажите, что тогда $|a_n - n| < 2000000$ для всех натуральных n.

4. На бесконечном белом листе клетчатой бумаги конечное число клеток окрашено в чёрный цвет так, что у каждой чёрной клетки чётное число (0, 2 или 4) белых клеток, соседних с ней по стороне. Докажите, что каждую белую клетку можно покрасить в красный или зелёный цвет так, чтобы у каждой чёрной клетки стало поровну красных и зелёных клеток, соседних с ней по стороне.