10 класс | Добавка | 29 января 2018

1. Про действительные числа $x_0, x_1, \ldots, x_n$ известно, что $x_0 > x_1 > \ldots > x_n$. Докажите неравенство

$$x_0 + \frac{1}{x_0 - x_1} + \frac{1}{x_1 - x_2} + \ldots + \frac{1}{x_{n-1} - x_n} \geqslant x_n + 2n.$$

2. Пусть I — центр вписанной окружности треугольника ABC. Докажите, что если $AI + AC = BC$, то $\angle BAC = 2\angle ABC$.

3. У квадратного трехчлена $f(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами значение в 0 по модулю не превосходит 800. Также известно, что $f(120)$ – простое число. Докажите, что у него нет целых корней.

4. Докажите, что число способов разрезать прямоугольник 1002×1003 на трёхклеточные уголки не превосходит числа способов разрезать прямоугольник 2004×2006 на уголки так, что никакие два уголка не образуют прямоугольника 2×3.

5. Натуральные a, b, c, d таковы, что $a^2 + b^2 + ab = c^2 + d^2 + cd$. Докажите, что число $a + b + c + d$ – составное.

10 класс | Добавка | 29 января 2018

1. Про действительные числа $x_0, x_1, \ldots, x_n$ известно, что $x_0 > x_1 > \ldots > x_n$. Докажите неравенство

$$x_0 + \frac{1}{x_0 - x_1} + \frac{1}{x_1 - x_2} + \ldots + \frac{1}{x_{n-1} - x_n} \geqslant x_n + 2n.$$

2. Пусть I — центр вписанной окружности треугольника ABC. Докажите, что если $AI + AC = BC$, то $\angle BAC = 2\angle ABC$.

3. У квадратного трехчлена $f(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами значение в 0 по модулю не превосходит 800. Также известно, что $f(120)$ – простое число. Докажите, что у него нет целых корней.

4. Докажите, что число способов разрезать прямоугольник 1002×1003 на трёхклеточные уголки не превосходит числа способов разрезать прямоугольник 2004×2006 на уголки так, что никакие два уголка не образуют прямоугольника 2×3.

5. Натуральные a, b, c, d таковы, что $a^2 + b^2 + ab = c^2 + d^2 + cd$. Докажите, что число $a + b + c + d$ – составное.

10 класс | Добавка | 29 января 2018

1. Про действительные числа $x_0, x_1, \ldots, x_n$ известно, что $x_0 > x_1 > \ldots > x_n$. Докажите неравенство

$$x_0 + \frac{1}{x_0 - x_1} + \frac{1}{x_1 - x_2} + \ldots + \frac{1}{x_{n-1} - x_n} \geqslant x_n + 2n.$$

2. Пусть I — центр вписанной окружности треугольника ABC. Докажите, что если $AI + AC = BC$, то $\angle BAC = 2\angle ABC$.

3. У квадратного трехчлена $f(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами значение в 0 по модулю не превосходит 800. Также известно, что $f(120)$ – простое число. Докажите, что у него нет целых корней.

4. Докажите, что число способов разрезать прямоугольник 1002×1003 на трёхклеточные уголки не превосходит числа способов разрезать прямоугольник 2004×2006 на уголки так, что никакие два уголка не образуют прямоугольника 2×3.

5. Натуральные a, b, c, d таковы, что $a^2 + b^2 + ab = c^2 + d^2 + cd$. Докажите, что число $a + b + c + d$ – составное.

10 класс | Добавка | 29 января 2018

1. Про действительные числа $x_0, x_1, \ldots, x_n$ известно, что $x_0 > x_1 > \ldots > x_n$. Докажите неравенство

$$x_0 + \frac{1}{x_0 - x_1} + \frac{1}{x_1 - x_2} + \ldots + \frac{1}{x_{n-1} - x_n} \geqslant x_n + 2n.$$

2. Пусть I — центр вписанной окружности треугольника ABC. Докажите, что если $AI + AC = BC$, то $\angle BAC = 2\angle ABC$.

3. У квадратного трехчлена $f(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами значение в 0 по модулю не превосходит 800. Также известно, что $f(120)$ – простое число. Докажите, что у него нет целых корней.

4. Докажите, что число способов разрезать прямоугольник 1002×1003 на трёхклеточные уголки не превосходит числа способов разрезать прямоугольник 2004×2006 на уголки так, что никакие два уголка не образуют прямоугольника 2×3.

5. Натуральные a, b, c, d таковы, что $a^2 + b^2 + ab = c^2 + d^2 + cd$. Докажите, что число $a + b + c + d$ – составное.