

1. После просмотра фильма зрители по очереди оценивали фильм целым числом баллов от 0 до 2018. В каждый момент времени рейтинг фильма вычислялся как сумма всех выставленных оценок, делённая на их количество. В некоторый момент времени T рейтинг оказался целым числом, а затем с каждым новым проголосовавшим зрителем он уменьшался на единицу. Какое наибольшее количество зрителей могло проголосовать после момента T ?

2. На стороне AC остроугольного треугольника ABC выбраны точки M и K так, что $\angle ABM = \angle CBK$. Докажите, что центры окружностей, описанных около треугольников ABM , ABK , CBM и CBK , лежат на одной окружности.

3. Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?

4. Фигура *мамонт* бьёт как слон (по диагоналям), но только в трёх направлениях из четырёх (отсутствующее направление может быть разным для разных мамонтов). Какое наибольшее число не бьющих друг друга мамонтов можно расставить на шахматной доске 8×8 ?

5. В трапеции $ABCD$ боковая сторона CD перпендикулярна основаниям, O — точка пересечения диагоналей. На описанной окружности треугольника OCD взята точка S , диаметрально противоположная точке O . Докажите, что $\angle BSC = \angle ASD$.

1. После просмотра фильма зрители по очереди оценивали фильм целым числом баллов от 0 до 2018. В каждый момент времени рейтинг фильма вычислялся как сумма всех выставленных оценок, делённая на их количество. В некоторый момент времени T рейтинг оказался целым числом, а затем с каждым новым проголосовавшим зрителем он уменьшался на единицу. Какое наибольшее количество зрителей могло проголосовать после момента T ?

2. На стороне AC остроугольного треугольника ABC выбраны точки M и K так, что $\angle ABM = \angle CBK$. Докажите, что центры окружностей, описанных около треугольников ABM , ABK , CBM и CBK , лежат на одной окружности.

3. Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?

4. Фигура *мамонт* бьёт как слон (по диагоналям), но только в трёх направлениях из четырёх (отсутствующее направление может быть разным для разных мамонтов). Какое наибольшее число не бьющих друг друга мамонтов можно расставить на шахматной доске 8×8 ?

5. В трапеции $ABCD$ боковая сторона CD перпендикулярна основаниям, O — точка пересечения диагоналей. На описанной окружности треугольника OCD взята точка S , диаметрально противоположная точке O . Докажите, что $\angle BSC = \angle ASD$.