

1. Неотрицательные числа  $x_1, x_2, \dots, x_n$  не превосходят 1. Докажите неравенство

$$\frac{1}{1+x_1} + \frac{1}{1+x_2} + \dots + \frac{1}{1+x_n} \leq \frac{n}{1+\sqrt{x_1 x_2 \dots x_n}}.$$

2. (ИМО 1984). Для положительных  $x, y, z$  таких, что  $x + y + z = 1$ , докажите неравенство

$$0 \leq xy + yz + zx - 2xyz \leq \frac{7}{27}.$$

3. Произведение положительных  $a, b, c$  равно 1. Докажите, что

$$a^2 + b^2 + c^2 - 3 \geq 18(a + b + c - ab - bc - ca).$$

4. (Беларусь 2014). Для положительных  $a, b, c$  докажите, что

$$(a + b + c)^5 \geq 81abc(a^2 + b^2 + c^2).$$

5. (Канада). Положительные  $a, b, c$  таковы, что  $a + b + c = 3$ . Докажите неравенство

$$a^2b + b^2c + c^2a \leq 4.$$

1. Неотрицательные числа  $x_1, x_2, \dots, x_n$  не превосходят 1. Докажите неравенство

$$\frac{1}{1+x_1} + \frac{1}{1+x_2} + \dots + \frac{1}{1+x_n} \leq \frac{n}{1+\sqrt{x_1 x_2 \dots x_n}}.$$

2. (ИМО 1984). Для положительных  $x, y, z$  таких, что  $x + y + z = 1$ , докажите неравенство

$$0 \leq xy + yz + zx - 2xyz \leq \frac{7}{27}.$$

3. Произведение положительных  $a, b, c$  равно 1. Докажите, что

$$a^2 + b^2 + c^2 - 3 \geq 18(a + b + c - ab - bc - ca).$$

4. (Беларусь 2014). Для положительных  $a, b, c$  докажите, что

$$(a + b + c)^5 \geq 81abc(a^2 + b^2 + c^2).$$

5. (Канада). Положительные  $a, b, c$  таковы, что  $a + b + c = 3$ . Докажите неравенство

$$a^2b + b^2c + c^2a \leq 4.$$