10 класс — **Письменные задачи** — 9 октября 2017

1. За одну операцию из натурального числа n можно получить одно из чисел $2n+1$, $3n+2$ и $5n+4$. Числа m и n называются *похожими*, если за несколько операций (возможно, за разное количество) из чисел m и n можно получить одно и то же число. Найдите количество чисел, меньших 2039 и похожих на него.

2. 6 вершин правильного 21-угольника покрашены в красный цвет, и ещё 7 — в синий. Докажите, что найдутся красный и синий треугольники, равные друг другу.

3. Петя называет многочлен с целыми коэффициентами *большим*, если у него есть коэффициент, по модулю больший 2017, и *маленьким*, если все его коэффициенты по модулю не превосходят 1. Может ли произведение двух больших многочленов оказаться маленьким многочленом?

4. Дан четырёхугольник $ABCD$, не являющийся вписанным. Пусть O_1 и r_1 — центр и радиус окружности, описанной около треугольника $A_2A_3A_4$. Определим точки O_2, O_3, O_4 и числа r_2, r_3, r_4 аналогичным образом. Докажите, что

$$\frac{1}{O_1A_1^2 - r_1^2} + \frac{1}{O_2A_2^2 - r_2^2} + \frac{1}{O_3A_3^2 - r_3^2} + \frac{1}{O_4A_4^2 - r_4^2} = 0.$$

10 класс — **Письменные задачи** — 9 октября 2017

1. За одну операцию из натурального числа n можно получить одно из чисел $2n+1$, $3n+2$ и $5n+4$. Числа m и n называются *похожими*, если за несколько операций (возможно, за разное количество) из чисел m и n можно получить одно и то же число. Найдите количество чисел, меньших 2039 и похожих на него.

2. 6 вершин правильного 21-угольника покрашены в красный цвет, и ещё 7 — в синий. Докажите, что найдутся красный и синий треугольники, равные друг другу.

3. Петя называет многочлен с целыми коэффициентами *большим*, если у него есть коэффициент, по модулю больший 2017, и *маленьким*, если все его коэффициенты по модулю не превосходят 1. Может ли произведение двух больших многочленов оказаться маленьким многочленом?

4. Дан четырёхугольник $ABCD$, не являющийся вписанным. Пусть O_1 и r_1 — центр и радиус окружности, описанной около треугольника $A_2A_3A_4$. Определим точки O_2, O_3, O_4 и числа r_2, r_3, r_4 аналогичным образом. Докажите, что

$$\frac{1}{O_1A_1^2 - r_1^2} + \frac{1}{O_2A_2^2 - r_2^2} + \frac{1}{O_3A_3^2 - r_3^2} + \frac{1}{O_4A_4^2 - r_4^2} = 0.$$

10 класс — **Письменные задачи** — 9 октября 2017

1. За одну операцию из натурального числа n можно получить одно из чисел $2n+1$, $3n+2$ и $5n+4$. Числа m и n называются *похожими*, если за несколько операций (возможно, за разное количество) из чисел m и n можно получить одно и то же число. Найдите количество чисел, меньших 2039 и похожих на него.

2. 6 вершин правильного 21-угольника покрашены в красный цвет, и ещё 7 — в синий. Докажите, что найдутся красный и синий треугольники, равные друг другу.

3. Петя называет многочлен с целыми коэффициентами *большим*, если у него есть коэффициент, по модулю больший 2017, и *маленьким*, если все его коэффициенты по модулю не превосходят 1. Может ли произведение двух больших многочленов оказаться маленьким многочленом?

4. Дан четырёхугольник $ABCD$, не являющийся вписанным. Пусть O_1 и r_1 — центр и радиус окружности, описанной около треугольника $A_2A_3A_4$. Определим точки O_2, O_3, O_4 и числа r_2, r_3, r_4 аналогичным образом. Докажите, что

$$\frac{1}{O_1A_1^2 - r_1^2} + \frac{1}{O_2A_2^2 - r_2^2} + \frac{1}{O_3A_3^2 - r_3^2} + \frac{1}{O_4A_4^2 - r_4^2} = 0.$$

10 класс — **Письменные задачи** — 9 октября 2017

1. За одну операцию из натурального числа n можно получить одно из чисел $2n+1$, $3n+2$ и $5n+4$. Числа m и n называются *похожими*, если за несколько операций (возможно, за разное количество) из чисел m и n можно получить одно и то же число. Найдите количество чисел, меньших 2039 и похожих на него.

2. 6 вершин правильного 21-угольника покрашены в красный цвет, и ещё 7 — в синий. Докажите, что найдутся красный и синий треугольники, равные друг другу.

3. Петя называет многочлен с целыми коэффициентами *большим*, если у него есть коэффициент, по модулю больший 2017, и *маленьким*, если все его коэффициенты по модулю не превосходят 1. Может ли произведение двух больших многочленов оказаться маленьким многочленом?

4. Дан четырёхугольник $ABCD$, не являющийся вписанным. Пусть O_1 и r_1 — центр и радиус окружности, описанной около треугольника $A_2A_3A_4$. Определим точки O_2, O_3, O_4 и числа r_2, r_3, r_4 аналогичным образом. Докажите, что

$$\frac{1}{O_1A_1^2 - r_1^2} + \frac{1}{O_2A_2^2 - r_2^2} + \frac{1}{O_3A_3^2 - r_3^2} + \frac{1}{O_4A_4^2 - r_4^2} = 0.$$