10 класс — Комбинаторный разнобой — 5 октября 2017

1. Какое максимальное количество клеток доски $m \times n$ можно закрасить так, чтобы никакие три центра закрашенных клеток не образовывали прямоугольный треугольник?

2. В течение года на кружке ЦПМ проходит 100 занятий. На одно из них преподаватели запланировали тему "Комбинаторная геометрия". Дети могут послать преподавателям пачку записок с вопросами, на которые те могут ответить только "да" или "нет". Преподаватели перемешивают записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечают на все. Какое наименьшее количество записок нужно заготовить детям, чтобы наверняка узнать, на каком именно по счёту занятии будет эта бесподобная тема?

3. В противоположных углах доски 100×100 стоят две фишки: красная и синяя. Ален и Олег по очереди передвигают фишки на соседнее по стороне поле (начинает Ален; две фишки могут стоять на одном поле). Ален двигает только красную фишку, Олег — только синюю. Ален выигрывает, если после его хода отрезки, соединяющие центр доски с центрами занятых клеток, перпендикулярны. Может ли Олег ему помешать?

4. Связный граф G имеет n вершин одинаковой ненулевой степени. Докажите, что в нём можно выделить не менее $\frac{n}{3}$ непересекающихся рёбер.

5. Дан прямоугольник. В нём провели $m-1$ горизонтальных разрезов и $n-1$ вертикальных, в результате чего изначальный прямоугольник разрезался на mn прямоугольников. На каждый из этих mn прямоугольников положили карточку с написанной на ней площадью этого маленького прямоугольника числом вниз. Какое минимальное число карточек нужно перевернуть, чтобы узнать площадь изначального прямоугольника?

6. Клетки таблицы 100×100 окрашены в 4 цвета так, что в каждой строке и в каждом столбце ровно по 25 клеток каждого цвета. Докажите, что найдутся две строки и два столбца, все четыре клетки на пересечении которых окрашены в разные цвета.

10 класс — Комбинаторный разнобой — 5 октября 2017

1. Какое максимальное количество клеток доски $m \times n$ можно закрасить так, чтобы никакие три центра закрашенных клеток не образовывали прямоугольный треугольник?

2. В течение года на кружке ЦПМ проходит 100 занятий. На одно из них преподаватели запланировали тему "Комбинаторная геометрия". Дети могут послать преподавателям пачку записок с вопросами, на которые те могут ответить только "да" или "нет". Преподаватели перемешивают записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечают на все. Какое наименьшее количество записок нужно заготовить детям, чтобы наверняка узнать, на каком именно по счёту занятии будет эта бесподобная тема?

3. В противоположных углах доски 100×100 стоят две фишки: красная и синяя. Ален и Олег по очереди передвигают фишки на соседнее по стороне поле (начинает Ален; две фишки могут стоять на одном поле). Ален двигает только красную фишку, Олег — только синюю. Ален выигрывает, если после его хода отрезки, соединяющие центр доски с центрами занятых клеток, перпендикулярны. Может ли Олег ему помешать?

4. Связный граф G имеет n вершин одинаковой ненулевой степени. Докажите, что в нём можно выделить не менее $\frac{n}{3}$ непересекающихся рёбер.

5. Дан прямоугольник. В нём провели $m-1$ горизонтальных разрезов и $n-1$ вертикальных, в результате чего изначальный прямоугольник разрезался на mn прямоугольников. На каждый из этих mn прямоугольников положили карточку с написанной на ней площадью этого маленького прямоугольника числом вниз. Какое минимальное число карточек нужно перевернуть, чтобы узнать площадь изначального прямоугольника?

6. Клетки таблицы 100×100 окрашены в 4 цвета так, что в каждой строке и в каждом столбце ровно по 25 клеток каждого цвета. Докажите, что найдутся две строки и два столбца, все четыре клетки на пересечении которых окрашены в разные цвета.